8. Hubble-Konstante und Zeitänderung

Gehen wir von dem Ansatz eines linear wachsenden Universums aus, dann haben wir zwei Möglichkeiten, die Einstein'schen Feldgleichungen

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R = -\frac{8\pi G}{c^2} T^{\mu\nu} \quad (1)$$

zu lösen.

Zum einen können wir den Ansatz eines statischen, kugelsymmetrischen Körpers benutzen, bei dem die Masse der Materie konstant mit dem Radius zunimmt und davon die Innenraumlösung betrachten. Zum anderen können wir auch weiter einen dynamischen Ansatz verwenden und das Universum als isotrop annehmen. Dann liegt unsere Position näherungsweise im mittleren Bereich und wir könnten den Raum als homogen betrachten, indem nun nicht mehr die Energiedichte gleichmäßig verteilt ist, bei dem aber der Raum zwischen den Körpern sich homogen über das ganze Universum bewegen kann. Diese Bewegung bei dieser speziellen Massenverteilung können wir uns dann genauer ansehen. Das heißt, der Raum kann sich bewegen, er soll es jetzt nur nicht mehr und dadurch spielt es keine große Rolle, ob die Bewegung überall gleich aussieht. Interessant bei diesem Ansatz ist, dass wir den Skalenfaktor R(t) der dabei eingeführt wird, auch als eine Zeitgröße verstehen können. Wenn sich nicht der Raum sondern die Zeit mit dem Radius ändert, dann entfernen sich die Objekte auch voneinander, allerdings jetzt nicht mehr räumlich, sondern zeitlich. Vergeht beispielsweise die Zeit in großer Entfernung langsamer als bei uns, würde dort ein Mensch langsamer altern und dieser Unterschied wäre umso auffälliger, je länger die Zeit vergeht. Wir entfernen uns voneinander in der Zeit. Die Zeit ist nicht mehr konstant sondern positionsabhängig. Weiter innen vergeht sie schneller, weiter außen langsamer. Die Zeitgeschwindigkeit $\dot{T}$ nimmt also nach außen hin ab. Diese Abnahme soll proportional zur Entfernung sein und damit proportional zum Skalenfaktor R(t). Da er hier als Zeitfaktor verwendet wird, würde die Zeitgeschwindigkeit mit zunehmender Zeitdauer, die das Signal braucht um zu uns zu kommen, langsamer gehen und das proportional $\dot{T} / T = const$ (2). Denn wenn wir uns näherungsweise bei diesen galaktischen Größen im Ursprung befinden, dann würde jedes Signal, das geodätisch zu uns kommt, genau wie eine

Längeneinheit, eine Entfernung aus der R-Richtung bedeuten, also aus Bereichen, die eine langsamere Zeitgeschwindigkeit haben. Diese Proportionalität würde zu einer Rotverschiebung führen, die sich nicht von einer scheinbaren Fluchtbewegung der Galaxien unterscheiden lässt.

Eine Bewegung mit einer konstanten Geschwindigkeit bedeutet eine Zeitdehnung und eine Veränderung im dreidimensionalen Raum in eine der drei Raumrichtungen. Bewegung heißt gleich Zeitdehnung. Aber auch beschleunigte Systeme dehnen die Zeit, doch gibt es beschleunigte Systeme wie solche im Schwerfeld von Massen, die durch elektrische Gegenkräfte, auf der Oberfläche der Körper ruhen. Sie befinden sich im gleichen System und bewegen sich nicht. Trotzdem geht die Zeit dort langsamer. Also können Systeme, die durch Gegenkräfte ausgeglichen sind und ruhen, die Zeit dehnen, ohne dass sie sich im Raum bewegen.

Auf der Erde ist das nur auf dem festen Boden möglich, weil die Gravitationskräfte bei so großen Massen sehr stark sind und die elektrischen Kräfte als einzige eine Gegenkraft aufbauen können. Auf große Dimensionen im Universum betrachtet, wirken auf alle Massen nur anziehende Kräfte, da die Körper insgesamt elektrisch neutral sind. Folglich müssen sich alle Massen über kurz oder lang anziehen.

Anders bei diesem Aufbau. Hier können sich die beiden Ebenen, aus denen die Elementarteilchen zusammengesetzt sind, zueinander verschieben. Kommen sich die beiden inneren Ebenen näher, dann steigt die Masse, sie nehmen Energie auf. Umgekehrt entfernen sie sich voneinander, so geben sie Energie ab. Aus der Sicht der Atome wird die Entfernung zu anderen Teilchen in dieser Verbindungsdimension etwas kleiner oder größer. Die Zeit und der Raum werden ein wenig gedehnt. Dazu muss sich das Teilchen nicht zwangsläufig auf das zweite Teilchen zubewegen, es kann auch bei einer überlagerten Gegenkraft nur stärker in Bewegung sein, zum Beispiel in ungeordneten Zitterbewegungen. Das ist aber nicht die zeitbestimmende Größe, die hier gemeint ist. Neben den räumlichen Entfernungen, die man ausmessen oder in Koordinatensystemen bestimmen und festlegen kann gibt es noch einen zweiten Ablauf der dem ganzen Prozess erst Leben verleiht. Einen Zeitprozess, der eine Zeitgröße ist, die bestimmt wie oft sich pro Zeiteinheit zwei räumlich entfernte Teilchen austauschen. Dieser Austauschprozess hängt dann auch mit der Drehung, dem Spin zusammen. Die Ebenen verändern sich in vier Zyklen, wobei jeder Zyklusabschnitt das immer gleiche Zeitmaß hat. Diese Drehgeschwindigkeit bestimmt den Zeitablauf, denn sie ist die Zeitgröße und sie kann langsamer und schneller gehen. Die Zeitänderung $\dot{T}$ kann durch eine Bewegung im Raum, aber auch durch andere Massen gebremst werden, also langsamer gehen. Hat man einen Massenkörper der aus vielen miteinander verknüpften einzelnen Teilchen besteht, so wird er durch eine Bewegung des Objektes insgesamt in seiner Zeit abgebremst. Für alle Teilchen geht dann dieser Zeitzyklus langsamer, so dass es beispielsweise einem Menschen in einer sich schnell fliegenden Rakete gar nicht auffällt, da diese Zeitdehnung alle Zeitprozesse von allen mitbewegten Teilchen betrifft.

Auf das gekrümmte Universum übertragen bedeutet dies, dass Teilchen Energie abgeben können um im Universums in Radiusrichtung ansteigen zu können oder man müsste Energie in Form einer Zeitänderung hinzufügen, wollte man weiter nach innen kommen. Beide Richtungen stehen genau im Gleichgewicht mit der Anziehungskraft. Sie können sich wie auf der Erde zwar nicht im Großen bewegen, ihre mittlere Geschwindigkeit ist Null, doch die Zeit vergeht entsprechend zur Gesamtbeschleunigung der schweren Masse weiter außen langsamer als weiter innen und dass in etwa proportional zur Entfernung. Die Rotverschiebung, könnte also bedeuten, dass sich die Galaxien von uns weg bewegen, aber dann müsste sich ein abstrakter Raum dehnen. Sie könnte aber genauso bedeuten, dass die Zeit langsamer vergeht, je weiter man von Zentrum entfernt ist. Da wir es am Rand mit neuen Teilchen zu tun haben, die erst langsam Kontakt zueinander aufnehmen, erfahren die Teilchen auch erst verspätet von nach innen wirkenden gravitativen Kräften.

Nehmen wir zunächst den ersten Fall einer statischen kugelsymmetrischen Massenverteilung und betrachten die zeitunabhängigen Lösungen, dann gilt für den allgemeinen Ansatz des Linienelements

$$ds^2 = e^{\nu(r,t)}c^2dt^2 - e^{\lambda(r,t)}dr^2 - r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi) \quad (3)$$

Dabei soll $\nu(r,t) = \nu(r)$ und $\lambda(r,t) = \lambda(r)$ gelten denn es ist zum einen kugelsymmetrisch und zum anderen statisch. Damit reduziert sich das Linienelement zu

$$ds^2 = e^{\nu(r)}c^2dt^2 - e^{\lambda(r)}dr^2 - r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\varphi) \quad (4).$$

Für den Energie-Impuls Tensor nehmen wir auch den Ansatz für Gase und Flüssigkeiten mit isotropem Druck. Dabei soll der Druck p und die Dichte ρ zeitunabhängig und kugelsymmetrisch sein.

$$T^{\mu\nu} = (\rho_0 + \frac{p}{c^2})U^{\mu}U^{\nu} - pg^{\mu\nu} \quad (5)$$

Wir gehen davon aus, dass sich die Materie nicht bewegt, dann ist $\frac{dx^l}{d\tau} = 0$, also sind alle $U^l = 0$ und $U^0 = dx^0 / d\tau$. Es gilt $U^0 = g_{00}^{-1/2} c$ und $U_0 = g_{00}^{1/2} \cdot c$ daraus folgt $g_{00} = e^{\nu(r)}$ und wir erhalten $U_\lambda = \left(e^{\nu/2}c, 0, 0, 0\right)$.

Mit (5) folgt dann $T_{00} = g_{00}(\rho c^2 + p) - g_{00} p = e^{\nu} \rho c^2$ (6).

Weiter erhalten wir noch von Null verschiedene Terme für

$$\left(T_{11}, T_{22}, T_{33}\right) = p(e^{\lambda}, r^2, r^2 \sin^2 \vartheta) \quad (7).$$

Mit $T = g^{\lambda\mu} T_{\lambda\mu} = \rho c^2 - 3p$ (8) ergeben sich dann für den Tensor $S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - (g_{\mu\nu} / 2)T$ (9) mit den als einzige von Null verschiedene Komponenten

$$(S_{00}, S_{11}, S_{22}, S_{33}) = \frac{1}{2}\left[(\rho c^2 + 3p)e^{\nu}, (\rho c^2 - p)r^2, (\rho c^2 - p)r^2 \sin^2 \vartheta\right] \quad (10).$$

Eingesetzt in die Feldgleichung folgt mit der Bedingung, dass alle partiellen Ableitungen nach der Zeit Null sind

$$\nu'' + \frac{1}{2}\nu'^2 - \frac{1}{2}\lambda'\nu' + \frac{2}{r}\nu' = \frac{8\pi G}{c^4}(\rho c^2 + 3p)e^{\lambda} \quad (11)$$

$$\nu'' + \frac{1}{2}\nu'^2 - \frac{1}{2}\lambda'\nu' - \frac{2}{r}\lambda' = \frac{8\pi G}{c^2}(\rho c^2 - p)e^{\lambda} \quad (12)$$

$$\nu' - \lambda' = \frac{2(e^{\lambda} - 1)}{r} - \frac{8\pi G}{c^2}(\rho c^2 - p)re^{\lambda} \quad (13)$$

Das sind die drei Differentialgleichungen die bei einem statischen, kugelsymmetrischen Aufbau bei einer nicht verschwindenden Dichte und einem isotropen Druck übrig bleiben. Daraus lassen sich die noch unbekannten ν und λ bestimmen.

Zieht man von Gleichung (11) die Gleichung (12) ab und löst nach $(re^{-\lambda})'$ auf, dann erhält man nach der Integration

$$e^{\lambda} = \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r}\right)^{-1} \quad (14)$$

und damit für $\nu' = \dfrac{2G[M(r) + 5\pi r^3 p / c^2]}{c^2 r^2 [1 - 2GM(r)/c^2 r]}$ (15). Das von r>R bis $r = \infty$ integriert und der Bedingung, dass die Metrik im unendlichen pseudo-euklidisch werden soll, führt uns auf $\nu(r) = \ln\left(1 - \dfrac{2GM}{c^2 r}\right)$ (16). Daraus folgt die als Oppenheimer-Tolman-Volkoff-Gleichung bekannte Gleichung

$$p'(r) = -\frac{GM\rho\left[1 + p/\rho c^2\right]\left[1 + 4\pi r^3 \rho / (c^2 M)\right]}{r^2\left[1 - 2GM/(c^2 r)\right]} \quad (17),$$

die wir hier auf das ganze Universum übertragen wollen.

Bisher zeigt sich, dass bei einem kugelsymmetrischen Ansatz, bei dem wir uns nahe beim Zentrum befinden, sich keine Änderungen im Ansatz ergeben. Da allerdings nun nicht zu erwarten ist, dass bei der typischen Dichte in einem gleichmäßig mit Materie gefüllten Universum sich ein nennenswerter Druck aufbaut hätten wir, außer in Sternen, keinen Gleichgewichtszustand zu erwarten.

Der ursprüngliche Ansatz war, die Feldgleichungen auf Sonnen bis hin zu Neutronenstern anzuwenden. Dabei steht der innere Druck durch die Atome und Moleküle der gravitativen Anziehung entgegen und führt zu einer Gleichgewichtsbedingung, die einen statischen Aufbau ergibt. Wollen wir diesen Ansatz auf den extrem ausgedünnten ganzen Raum des Universums übertragen, dann kann der hydrostatische Druck hier vollständig vernachlässigt werden. Die Teilchen erfahren eine zwar nur schwache Anziehung zum Zentrum hin, die aber in keiner Weise von einem Teilchenbewegungsdruck aufgehalten wird.

Allerdings zeigt sich, dass unter unseren speziellen Bedingungen sich durchaus so etwas wie ein Gegendruck aufbaut, weil die Masse zu einer bestimmten Universums Sphäre gehört und wir ein Teilchen nur in R-Richtung zum Zentrum hin bewegen können, wenn wir Energie zuführen. Diese Energie ist gleich groß wie die Gravitationsanziehung, jedoch mit umgekehrten Vorzeichen. Bezogen auf ein einzelnes Teilchen ist die Energieänderung in R-Richtung, die man braucht um das Teilchen von R_1 aus einen R_e-Schritt anzuheben

$\triangle E = (m_t - m_t')c^2 = c^2 M_{U0}\left(\frac{R_e}{R_1} - \frac{R_e}{R_1 + R_e}\right)$ (18). Das Potential wiederum, dass sich erhöht, wenn man sich um einen R_e-Schritt weiter vom Zentrum entfernt beträgt

$$\triangle E_{Pot} = \frac{GM(R_1)m_t}{R_1 + R_e} - \frac{GM(R_1)m_t}{R_1} = \frac{GM_{U0}R_1 m_t}{R_e}\left(\frac{1}{R_1 + R_e} - \frac{1}{R_1}\right) \quad (19)$$

Mit der Grundbedingung, das bei R_1 selber gilt $\frac{2GM(R_1)}{R_1 c^2} = 1$ und der Bedingung

$m_T = M_{U0}\frac{R_e}{R_1}$ (20) sind beide Energien gleich groß aber von entgegengesetzten Vorzeichen.

Ein weiteres betrifft den Aufbau der Elementarteilchen selber, den wir hier mit zwei Ebenen der Größe $A=R_e^2$ ansetzen und deren Abstand sich für die schweren Teilchen mit zunehmenden Universums Radius immer mehr voneinander entfernen. Hier könnte man noch einen Schritt weiter gehen und das elektrische Feld der beiden Ebenen und ihrem Abstand zueinander als eine Art Druck auffassen, der im Gleichgewicht zur potentiellen Energie auf der jeweiligen Universums Schale steht. Vom Abstand R_e ausgehend, bedeutet ein sich zunehmendes annähern der Ebenen, dass gegen das elektrische Feld Energie aufgewendet werden muss.

Wir hatten schon im anderen Zusammenhang festgestellt, dass das Verhältnis mit dem sich ein Elektron und ein Proton anziehen gleich dem Verhältnis von der Grundmasse M_{U0} zur jeweiligen Teilchenmasse ist. Bei uns wäre das die Masse des Protons. $\frac{F_{el}}{F_G} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot G \cdot M_e M_t} = \frac{M_{U_0}}{M_t}$ (21) Außerdem soll für den

Ebenabstand und deren Massen wieder das Verhältnis $\frac{d_t}{R_e} = \sqrt{\frac{M_e}{M_t}}$ (22) gelten.

Setzen wir dies für die elektrische Kraft ein und formen um, so erhalten wir die Beziehung

$$F_{el} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 d_t^2} = \frac{GM_{U_0}M_e}{d_t^2} = \frac{GM_U(R_1)M_t}{R_1 R_e} \qquad (23)$$

Da wir oben das Kraftfeld für kugelsymmetrische Ladungen verwendet haben, müssen wir beim Ebenen Abstand entsprechend auch 4π verwenden. Damit liegt die Größe mit der die Ebenen im Proton auseinander gedrückt werden in der gleichen Größe, wie die potentielle Energie der gesamten Masse bis zum Ort R_1 mit der ein einzelnes Teilchen angezogen wird.

Kommen wir nun zurück zur TOV-Gleichung und betrachten die Druckänderung für ein Universum, bei dem die Masse am Rand linear steigt, dann ergibt sich

$$P'(r) = -\frac{\frac{4\pi}{3}G\rho_0 r^3\left(1+\frac{P}{\rho c^2}\right)\left(1+\frac{3P}{\rho c^2}\right)}{r^2\left(1+\frac{2GM}{c^2 r}\right)} \qquad (24).$$

Der Nenner verschwindet für $r = R_1$, also würde die Druckänderung unendlich groß, es sei denn, einer der Zählerterme verschwindet auch. Da wir ein statisches Universum annehmen, müsste dafür $\left(1+\frac{P}{\rho c^2}\right)$=0 oder $\left(1+\frac{3P}{\rho c^2}\right) = 0$

werden, es müsste $P(r) = -\rho(r)c^2 = -\frac{M_U(r)c^2}{V(r)}$(25) für den Druck gelten.

Formen wir die Energie, die in jedem Elementarteilchen im Plattenabstand steckt um und berechnen die Gesamtenergie, die sich daraus ergibt

$$P = \frac{E}{V} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\, d_t/2}\frac{R_1}{R_e}\frac{M_{U0}}{M_t}\frac{1}{V} \quad (26).$$

Darin steht $\frac{R_1}{R_e}\frac{M_{U0}}{M_t}$ für die Gesamtzahl der Teilchen bis R_1. Setzen wir für

$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 d_t}$ die Gleichung (21) ein so ergibt sich zusammen mit (22)

$$P(R_1) = -\frac{GM_{U_0}M_e R_e}{d_t^2}\frac{M_U(R_1)}{M_t}\frac{1}{V} = -\frac{GM_{U0}M_e R_e M_t M_U(R_1)}{R_e^2 M_e M_t} = -c^2\frac{M_U(R_1)}{V(R_1)} \qquad (27)$$

Das bedeutet, dass die Kraft mit der die beiden geladenen Ebenen zusammengedrückt werden, einen Druck oder eine Energiedichte darstellt, die zum einen im Gleichgewicht zum gravitativen Potential in der Position des Universums als Ganzes steht und zum anderen, dass der Druck aller dieser Teilchen immer gleich zur gravitativen Energiedichte steht und somit die elektrische Energiedichte der Elementarteilchen die gravitative Anziehung kompensiert. Der Grundaufbau wäre also statisch.

Da in (24) die Dichte nun nicht mehr als räumlich konstant über das ganze Universum angenommen werden kann, schreiben wir sie in Abhängigkeit zur Position auf $\rho(r) = \frac{M_U}{V}$. Darin ändert sich auch die Gesamtmasse mit dem Radius.

Wir haben eine Druckänderung an der Position r erhalten, die zum einen vom ganzen Universum, der Gesamtmasse innerhalb der r-Schale beeinflusst wird und die zum anderen von der Gesamtdichte abhängt

$$P'(r) = -\frac{\frac{GM_{U0}}{R_e} r\left(1+\frac{P_{el}}{c^2 M_U / V}\right)\left(1+\frac{3P_{el}}{c^2 M_U / V}\right)}{r^2\left(1-\frac{2GM_{U0}r}{c^2 R_e r}\right)} =$$

$$P'(r) = -\frac{\frac{GM_{U_0}}{R_e} r\left(1-\frac{c^2 M_U(r)/V}{c^2 M_U(r)/V}\right)\left(1-\frac{3c^2 M_U(r)/(3V)}{c^2 M_U/V}\right)}{r^2\left(1-\frac{2GM_{U_0}r}{c^2 R_e r}\right)} = \frac{0}{0} \qquad (28)$$

Das Resultat ist ein unbestimmter Quotient der unabhängig von r ist.

Dies deckt sich mit unserer Annahme, dass am Rand selber die Teilchen im statischen Gleichgewicht stehen sollen und es passt zu dem, dass sie sich hier Außen auch nicht lokal bewegen. Entfernt sich nun der Rand von einem neu gebildeten Teilchen, so können sich die Teilchen lokal bewegen, wenn sie im gleichen Maß den Ebenen Abstand, also den elektrischen Druck verändert.

Zudem können sie sich immer mehr vernetzen, was alles zusammen dazu führt, dass sich die Zeit der Teilchen in endlichen Prozessen bewegt. Je weiter weg der Universums Rand von den Teilchen liegt, desto mehr vergeht die Zeit. Oder in Abläufen ausgedrückt, es können in derselben Zeiteinheit mehr Prozesse stattfinden. Zeit, wie wir sie verstehen, hängt mit der Vernetzung zu anderen Teilchen zusammen, die wiederum bewirkt eine permanente Bewegung einzelner Teilchen im Raum und eine Trägheit der Massen, denn die Vernetzung führt zu einer Verzögerung der Bewegung, da es Zeit dauert, ehe alle Verbindungen von der neuen Grundbewegung erfahren haben.

Der unbestimmte Term $p'(r) = 0/0$ verändert auch die Richtung der Vorstellung. Wir bewegen uns jetzt nicht mehr in einem ruhenden Raum-Zeit-System mit endlich ablaufenden Prozessen, sondern wir kommen aus der Unendlichkeit einer ruhenden Zeit und einer Raumlosigkeit und entwickeln uns langsam, durch die entstehenden Verbindungen, hin zur Endlichkeit der Zeit und der Wahrnehmbarkeit von Größe und Entfernung. Dabei steht diese Vernetzung weiter als ein Stück von Raum- und Zeitlosigkeit, allein weil sich alles mit Lichtgeschwindigkeit austauscht, also aus der Sicht der Austauschteilchen zeitlos ist. Dabei ergibt die Summe aller Einzelprozesse wieder ein geschlossenes zeit- und raumloses Ganzes. Solange sich alles bewegt und mit einander verbunden ist erleben wir die Endlichkeit, doch je weiter wir zum Rand des Universums kommen, desto weniger Freiheiten haben wir und am Rand selber scheinen die inneren Bewegungen wie aufgelöst, so als wären sie nicht vorhanden. Hier außen weiß man nichts vom Leben tief im Inneren.

Im zweiten Ansatz zur Lösung der Einstein'schen Feldgleichungen wollen wir nun zulassen, dass der Raum eine Grundgröße darstellt, die sich dehnen oder stauchen kann. Auch hier benutzen wir einen kugelsymmetrischen Ansatz, wobei unsere Lage darin zunächst keine Rolle spielen soll. Wir betrachten also die Universums Kugel von außen und überlegen uns wie die Bewegungen sind, wenn die Massen am Rand zunehmen.

Nehmen wir eine dreidimensionale Hyperfläche die sich im vierdimensionalen Raum bewegen kann und schreiben das Linienelement in Kugelkoordinaten, dann sieht die Friedmann-Robertson-Walker-Metrik folgendermaßen aus

$$\left(ds\right)^2 = \left(dt\right)^2 - R^2(t)\left[\frac{\left(dr\right)^2}{1-kr^2} + r^2\left(d\theta\right)^2 + r^2\sin^2\theta\left(d\varphi\right)^2\right] \quad (29).$$

Darin ist R(t) wie oben schon erwähnt ein Skalenfaktor, eine skalare Größe, die nur von der Zeit abhängt und die sowohl den Hyperraum als auch das Koordinatensystem skaliert. Wächst R(t) an, dann kann es bedeuten, dass das Raumgefüge ungerichtet größer wird. Zwei Punkte darauf würden sich folglich mit der Zeit entfernen. Es muss aber nicht der Raum sein, es kann auch die skalare Zeitgröße sein, wir können uns auch zeitlich entfernen, wenn in den Zeitsystemen die Zeiten unterschiedlich verlaufen. Hier wird der Ansatz mit R(t) als Raumgröße benutzt, doch ist das nicht eindeutig festgelegt. Man kann auch statt R(t), $T(t) = R(t)\cdot c$ nehmen und hätte so einen Zeitablauf, der sich mit der Zeit entfernt.

k bestimmt in Gleichung (29) die Krümmung. Für k=0 haben wir eine flache Geometrie, bei k=1 ist der Raum geschlossen und für k=-1 offen hyperbolisch.

Da wir wieder ein kugelsymmetrisches System betrachten wird ein Großteil der Komponenten gleich Null. Die nicht verschwindenden Ricci-Tensor Komponenten sind $R_{00} = -3\frac{\ddot{R}}{R}$ (30); $R_{ii} = \frac{\ddot{R}}{R} + 2\frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{2k}{R^2}$ (31) und dem Ricci Skalar $R = -6\left(\frac{\ddot{R}}{R} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{k}{R^2}\right)$ (32). Setzen wir dies in die Einstein´schen Feldgleichungen (1) zusammen mit dem Energie-Impuls-Tensor, so erhalten wir

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{kc^2}{R^2} = -\frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (33)$$

und die Druckgleichung

$$2\frac{\ddot{R}}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{kc^2}{R^2} = -\frac{8\pi G}{3}p + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (34).$$

Zieht man die beiden Gleichungen voneinander ab, so folgt daraus

$$\frac{\ddot{R}}{R^2} = -\frac{8\pi G}{3c^2}\left(\rho c^2 + 3p\right) + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (35)$$

Nehmen wir Gleichung (35) und denken uns das Universum als nicht beschleunigt $\ddot{R} = 0$. Auch hier verwenden wir den Ansatz, dass der Druck, den die Ebenen aufeinander ausüben, den Dichteterm wie aufhebt $p = -\frac{1}{3}\rho c^2$ dann folgt daraus, dass die Konstante Λ verschwindet. Gehen wir damit in Gleichung (34) und nehmen mit k=0 eine flache Krümmung an, dann erhalten wir $\frac{\dot{R}^2}{R^2} = -\frac{8\pi G}{3}\rho$ (36) oder umgeformt

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{2\frac{4\pi G}{3} M_{Uo} R_U}{\frac{4\pi}{3} R_U^{\S} R_e} = \frac{c^2}{R_U^2} \quad (37)$$

$$\text{also } \frac{\dot{R}}{R} = \frac{c}{R_U} = \frac{1}{T_u} \quad (38).$$

Dann wäre die Hubbelkonstante $H_0 = \frac{\dot{R}}{R}$, die als Bewegung der Skalierungsraumgröße im Verhältnis zur Entfernung angesehen wird konstant und gleich dem Alter des Universums, also einer Zeitgröße - der maximalen Zeitgröße am Rand des Universums. $\dot{R}(t)$ wird dabei als eine Geschwindigkeit gedeutet, eine Bewegung des Raums, der Hyperfläche selber. Doch kann dies auch in eine Zeitableitung $\dot{R} = \dot{T} \cdot c$ (39) umgeschrieben werden und da es sich nur um eine skalare Größe handelt hätten wir mit $\frac{\dot{T} \cdot c}{R} = \frac{\dot{T}}{T} = \frac{1}{T_u}$ (40) dann aus der Deutung das sich der Raum entfernt, eine Lösung, dass die Zeit in verschieden großer Entfernung sich unterschiedlich schnell bewegt. Je älter Objekte sind, die man mit unserer Zeit vergleicht, desto weiter sind sie in Ihrer Zeit zurück, weil die Zeit mit zunehmender Entfernung immer langsamer vergeht. Wir hätten dann ein statisches sich am Rand linear vergrößerndes Universum, indem auf den verschiedenen Sphären die Zeit unterschiedlich schnell abläuft. Weit entfernt kommt die Zeit nicht nur verspätet an, weil die Übertragung endlich ist, sondern was wir dann sehen sind auch Zeitprozesse, die dort langsamer ablaufen als bei uns.

Zwei aufeinanderfolgende Wellenberge des emittierten, entfernten Lichtes t_1 und $t_1 + \delta t_1$, sowie zum Zeitpunkt, wenn es bei uns ankommt t_0 und $t_0 + \delta t_0$ legen die gleiche Entfernung d(t) zwischen Sender und Empfänger zurück.

$$d(t) = R(t)\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{R(t)} = R(t)\int_{t_1+\delta t_1}^{t_0+\delta t_0} \frac{dt}{R(t)} \quad (41)$$

Oder mit T(t) und nach der Umstellung der Grenzen

$$d(t) = T(t)c\int_{t_1}^{t_1+\delta t_1} \frac{dt}{T(t)} = T(t)c\int_{t_0}^{t_0+\delta t_0} \frac{dt}{T(t)} \quad (42).$$

Ändert sich der Skalenfaktor nur langsam während der Lichtausbreitung so ergibt sich daraus $\frac{\delta t_1}{T(t_1)} = \frac{\delta t_0}{T(t_0)}$ (43) oder das Wellenlängenverhältnis von $\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{T(t_0)}{T(t_1)}$ (44) und daraus per Definition die Rotverschiebung z zu

$$z + 1 = \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{T(t_0)}{T(t_1)} \quad (45)$$

Nach Taylor gilt für den Skalenfaktor um t_0 entwickelt

$$\frac{T(t_0)}{T(t_1)} = 1 + H_0(t - t_0) - \frac{1}{2}q_0 H_0^2 (t - t_0)^2 + \ldots \qquad (46) \quad \text{mit } H_0 = \frac{\dot{T}(t_0)}{T(t_0)} = const.$$

damit folgt für die Rotverschiebung $z \approx H_0 \cdot c \cdot t$.

Je weiter entfernt die Galaxien sind, umso mehr sind sie rotverschoben, da die Zeit dort proportional zur Entfernung langsamer vergeht.

Nach (28) sind zwei weit auseinanderliegende Welten im Grundansatz unbestimmt, was den dynamischen Gesamtdruck betrifft, doch ist die Unbestimmtheit in den jeweiligen Bereichen nicht gleich. Und so wie sich in der Unbestimmtheit der Zeit, Bewegungen der Materie entwickeln können, so laufen diese Mechanismen verschieden schnell ab, je nachdem ob $\dot{T}$ groß oder klein ist. Diese Zeitprozesse können auch nur auf die Teilchen lokalisiert sein. Die Zeit selber kann weiter eine abstrakte Größe bleiben, die sich in den Abläufen der Prozesse spiegelt, so wie der Raum nun nicht mehr eine unabhängige Existenz haben muss. Wenn Lichtquanten aus großer Entfernung bei uns ankommen, dann waren sie in der Zwischenzeit für uns nicht vorhanden. Für ein Quant ist der Anfang und das Ende gleichzeitig und es gibt den Raum dazwischen nicht, darum ist es auch nicht gealtert und man findet auch nicht die kleinste Struktur eines gestückelten Raumes. Für uns gibt es in der Zwischenzeit endlos viele Prozesse, die nichts mit diesem Quant zu tun haben, die Welt läuft ohne dieses Quant weiter. Erst wenn es ankommt ist es wieder in unserem weltlichen Netzwerk dabei und bestimmte Energie und Impuls des Systems mit.