

Raumbindungen der Protonen- und Neutronenebenen und Coulombkraft

Elementarteilchen sollen im folgendem nicht mehr Sphären sondern zwei feste Ebenen im Raum sein, die sich mit anderen Ebenen dadurch austauschen, dass sie den Raum um eine Größenordnung verkleinern oder vergrößern. Dabei besteht der Unterschied zwischen elektrischem und gravitativem Austausch nicht in verschiedenen Austauschteilchen, sondern nur durch die Bedingung, dass Ladungen sich auf im Allgemeinen feste Gegenladungen beziehen. Jeweils zwei Gegenladungen gehören zusammen und bilden ein Ganzes, das nach außen elektrisch neutral ist. Gravitative Austauschprozesse sind von derselben Art, sie sind hingegen vernetzt mit einer statistisch großen Zahl zu anderen Teilchen zu denen zeitlich irgendwann einmal Kontakt bestand. Ladungen zeigen abstoßende Kräfte, wenn sie gleich geladen sind, doch auch Stöße von elektrisch neutralen Massen, führen zu Bewegungen von einander weg, die sich im abgeschlossenen System langsam durch die kontinuierliche Anziehung wieder aufheben. Wir sehen also auch im Bereich von neutralen Massen sowohl anziehende Kräfte, als auch abstoßende Kraftwirkungen. Bei einem Austausch zweier neutraler Teilchen führt der Raumaustausch nicht zu einer Annäherung, sondern zu einer Entfernung, die Stück für Stück wieder abgebaut wird.

Dies soll hier nicht weiter behandelt werden, sondern wir betrachten jetzt ausschließlich den elektrischen Ablauf zweier Teilchen unter der Annahme von Teilchen als Ebenen. Dabei nehmen wir statt der Beschreibung über einen Raumaustausch zwischen zwei zugehörigen Ebenen, wieder das vertraute klassische Ladungsbild an, nur mit dem Unterschied, dass sich die positive/negative Ladung nun auf jeweils zwei Flächen der Größe R_e^2 verteilen soll. Uns interessiert, ob im Nahbereich die Bindungen auch ohne die starke Wechselwirkung beschrieben werden kann und ob sich so auch höhere Atomkerne sukzessiv aufbauen lassen.

Es sollen dabei nicht im Einzelnen die dynamischen Abläufe beschrieben werden, die sich bei einer Annäherung von zwei Ladungen einstellen, sondern wir untersuchen nur die Kräfte und Energien, die auf die Teilchen wirken. Wir vernachlässigen also die Magnetfelder und sehen die Ladungen als in etwa elektrostatisch an.

Die Grundgleichungen sind dann die Maxwell-Gleichungen der Elektrostatik.

$$\operatorname{rot} E = 0 \quad (1) \quad \text{und} \quad \operatorname{div} \varepsilon_0 E = \lambda \quad (2)$$

$$\text{oder in integraler Form} \quad \oint_C E \cdot ds = 0 \quad (4) \quad \text{und} \quad \oint_F \varepsilon_0 E \cdot df = Q \quad (5).$$

C bzw. F sind darin eine stückweise glatte, beliebig geschlossene Kurve bzw. Fläche.

E_k sei das elektrische Feld eines Systems von Punktladungen q_1, \dots, q_N . Teilen wir die von q_k auf q_i ausgeübte Kraft durch q_i , dann erhalten wir das elektrische Feld der k-ten Ladung am Ort des i-ten

$$E_k(r_i) = \frac{q_k}{4\pi\varepsilon_0} \frac{r_i - r_k}{|r_i - r_k|^3} \quad (6). \quad \text{Daraus ergibt sich die Vektorsumme zu}$$

$$E(r_i) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k \neq i} q_k \frac{r_i - r_k}{|r_i - r_k|^3} \quad (7). \quad \text{Für die Gesamtkraft folgt dann } F(r_i) = q_i E(r_i).$$

Dabei war die Position des i-ten Teilchens beliebig, so kann r_i jeder beliebige Punkt im Raum sein und wir können ganz allgemein schreiben

$$F(r) = qE(r) \quad (8)$$

Schreiben wir die Punktladung als Raumladungsdichte $q_l = \lambda(r_l) \Delta \tau_l$ mit λ als Raumladungsdichte und τ als Volumen dann folgt aus (7)

$$E(r_i) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{l=1}^N \frac{\lambda(r_l)(r_i - r_l)}{|r_i - r_l|^3} \Delta \tau_l \quad (9) \quad \text{und daraus die integrale Form}$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\lambda(r') (r - r')}{|r - r'|^3} d\tau' \quad (10). \quad \text{Hieraus ergibt sich die Maxwell-Gleichung}$$

der Elektrostatik.

Da wir im weiterem mit Flächen rechnen wollen, führen wir noch die Flächenladungsdichte σ ein. Über $q_l = \sigma(r_l) \Delta f_l$ erhalten wir wie oben für $N \rightarrow \infty$ das elektrische Feld in integraler Form zu

$$E(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \nabla \int_F \frac{\sigma(r')}{|r - r'|} df' \quad (11), \quad \text{wobei wir} \quad \nabla \frac{1}{|r - r'|} = -\frac{(r - r')}{|r - r'|^3} \quad \text{benutzt haben.}$$

Auch hier gilt (da $\operatorname{rot} E = 0$)

$$\operatorname{div} \varepsilon_0 E = \int_F \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \Delta \frac{1}{|r - r'|} \right) df' = \int_F \sigma(r') \delta(r - r') df' = 0 \quad \text{im } \mathbb{R}^3 \setminus F \quad (11).$$

F liegt im endlichen $|E|$ konvergiert gleichmäßig gegen Null für $r \rightarrow \infty$ und wir

$$\text{können schreiben } \varepsilon_0 E = -\frac{1}{4\pi} \nabla \int_F \frac{n' \cdot [\varepsilon_0 E]}{|r - r'|} df' + \frac{1}{4\pi} \text{rot} \int_F \frac{n' \times [\varepsilon_0 E]}{|r - r'|} = 0 \quad (12).$$

Aus der Divergenz dieser Gleichung folgt im ganzen Raum aus

$$\phi = \int_F \frac{\sigma' - n' \cdot [\varepsilon_0 E]}{|r - r'|} df' \quad (13) \quad \Delta \phi = 0 \text{ und aus der Rotation mit}$$

$$A = \int_F \frac{n' \times [\varepsilon_0 E]}{|r - r'|} \quad \text{rot rot } A = -\Delta A = 0 \quad (14).$$

Für eine flächenhafte Ladungsverteilung σ gilt also

$$\text{rot } E = 0 \text{ in } \mathbb{R}^3 \setminus F, \quad n \times [E] = 0 \text{ auf } F \quad (15)$$

$$\text{und} \quad \text{div } \varepsilon_0 E = 0 \text{ in } \mathbb{R}^3 \setminus F, \quad n \cdot [\varepsilon_0 E] = \sigma \text{ auf } F \quad (16).$$

Bei der Frage nach der Bindungsenergie von Teilchen soll die starke Wechselwirkungskraft auf die Coulomb-Kraft zurückgeführt werden. Dabei nehmen wir an, dass die Kraft mit der sich zwei Ladungen anziehen so lange zu $1/r^2$ proportional ist, wie sie ihre 3-dim Verbindung zu anderen Teilchen behält. Erst im Nahbereich von R_e oder noch später, sollen die Freiheitsgrade auf nur eine Verbindungsdimension springen und bei diesem Geometriesprung soll die $1/r^2$ -Abhängigkeit in eine lineare übergehen. Das heißt wir liegen dann im Kräfteeinflussbereich der starken Wechselwirkung.

Eine Punktladung im Bereich $r = 0$ macht physikalisch wenig Sinn, ist aber für $\text{div } \varepsilon_0 E = 0$ mathematisch entscheidend wichtig, da nur eine exakte $F \sim 1/r^2$

Proportionalität diese Bedingung erfüllt. Hätten wir einen $F \sim 1/r^{2+\varepsilon}$ Zusammenhang mit $\varepsilon \ll 1$ so kann man zeigen, dass daraus $\text{div } \varepsilon_0 E \neq 0$ folgt. Es zeigt sich, dass eine Korrektur einen Faktor $\varepsilon < 10^{-15}$ ergeben müsste.

Auch in der Quantenelektrodynamik wird gezeigt, dass Photonen nur dann eine Ruhemasse von Null haben, wenn $|E| \sim 1/r^2$ exakt gilt. Ansonsten würde man aus dem Yukawa-Potential $\phi \sim e^{-\mu r} / r$ das Feld $|E| \sim |\nabla e^{-\mu r} / r|$ erwarten, mit einer Ruhemasse eines Photons von $m_\gamma = \mu \hbar / c$. Nach der heutigen Messgenauigkeit ist $1/\mu \geq 2,5 \cdot 10^8 m$ damit wäre die Masse kleiner als $m_\gamma \leq 8 \cdot 10^{-52} kg$. Die Abweichung des Potentials ϕ bliebe also mindestens bis in

den Bereich von $r \geq 2,5 \cdot 10^8 m$. Für unsere Betrachtungen interessanter ist der Mikrobereich, hier zeigt sich die Gültigkeit der $F = 1 / r^2$ Abhängigkeit bei Streuversuchen von Elektronen an Positronen bis in den Bereich von ca. $10^{-17} m$. Dieser Wert liegt um zwei Größenordnungen unter der Annahme die wir oben postulierten. Trotzdem ist das kein Widerspruch, sondern besagt nur, dass immer wenn freie Teilchen keine Verbindung eingehen, also auch die starke Wechselwirkung nicht greift, sich solche Teilchen wie $F \sim 1 / r^2$ verhalten. Streuen Elektronen und Positronen nur, dann bleiben sie die ganze Zeit unabhängig. Sie sehen nicht das Gegenteilchen als Antiteilchen, ansonsten würden sie eine Verbindung eingehen und sich als Photonen auslöschen. Dass die Teilchen von einer $1/r^2$ - 3-dim Geometrie in eine konstante 1-dim Abhängigkeit umspringen, soll mit der starken Wechselwirkung einhergehen und deren Einfluss liegt nur im Bereich von unter einem R_e .

Die Abstoßung zweier Punktladungen kann zur Arbeit verwendet werden. Diese geleistete Arbeit steckt dann im System in Form von potentieller Energie und wird bei Ladungsverschiebungen als elektrische Wechselwirkungsenergie des Systems bezeichnet.

Bei einem System von N Punktladungen kann die gesamte elektrische Wechselwirkungsenergie des Systems aus den Beiträgen aller verschiedener Paare (1,2), (1,3), ..., (1,N), (2,3), ..., (N-1,N) berechnet werden

$$W_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j>i} \frac{q_i q_j}{|r_i - r_j|} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}} \frac{q_i q_j}{|r_i - r_j|} \quad (17).$$

Führen wir nun den Übergang von einzelnen Punktladungen hin zu kontinuierlichen Ladungsverteilungen

$$\begin{aligned} r_i &\rightarrow r & q_i &\rightarrow \lambda(r) dr \\ r_j &\rightarrow r' & q_j &\rightarrow \lambda(r') dr' \end{aligned}$$

so erhalten wir für die elektrische Energie $W_e = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \int_{\mathbb{R}^3} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\lambda(r)\lambda(r')}{|r - r'|} d\tau d\tau' \quad (18).$

Mit $\lambda = \text{div}\epsilon_0 E = -\epsilon_0 \text{div}\nabla\phi$, dem elektrischen Potential $\phi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|r_i - r_j|} \quad (19)$

und einer partiellen Ableitung ergibt sich

$$W_e = -\frac{\epsilon_0}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \phi \operatorname{div} \nabla \phi d\tau = -\frac{\epsilon_0}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \operatorname{div}(\phi \nabla \phi) d\tau + \frac{\epsilon_0}{2} \int_{\mathbb{R}^3} (\nabla \phi)^2 d\tau \quad (20) \text{ oder nach dem}$$

Gaußschen Satz
$$W_e = \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\epsilon_0}{2} E^2 d\tau \quad (21).$$

Darin kann der Integrand als Energiedichte betrachtet werden $w_e = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \quad (22).$

Wenden wir die Feldenergie auf eine Punktladung $E = qr / (4\pi\epsilon_0 r^3)$ an, dann

erhalten wir $W_e = \frac{\epsilon_0}{2} \frac{q^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2} \int_0^\infty \frac{d\tau}{r^4} = \infty \quad (23)$ was zu erwarten war, aber keinen

Sinn macht. Eine Möglichkeit unendliche Energie zu vermeiden wäre es anzunehmen, dass Teilchen ausgedehnt sind. Dabei verfolgen wir weiter den Ansatz, dass das was wir als Ladung ansehen sich nicht auf eine Kugelsphäre verteilt, sondern auf zwei Ebenen in einem gewissen Abstand. Dabei vergleichen wir den geometrischen Aufbau mit dem eines idealen Plattenkondensators, der sich jedoch in einigem Abstand wie ein Punktpotential verhält, wobei der Abstand der Platten von den Grundbedingungen des Raumes bestimmt wird. Die beiden Ebenen selber sind unverrückbar.

Vergleichen wir die Ebenen mit einem Leiter, dann gilt im Raum zwischen den Ebenen $E=0$, auf den Ebenen selber gilt $n \times E = 0$ und $\epsilon_0 n \cdot E = \sigma$. Also gilt für das Potential im Leiter und auf der Oberfläche, mit $E = -\nabla \phi$, dass $\phi = \text{konstant}$ sein muss. Durch die Besonderheit der Elementarteilchen kann der Vergleich mit einem Plattenkondensator als ideal angesehen werden. Es gibt keine Verluste an den Rändern. Das elektrische Feld verläuft senkrecht zu den Flächen also $n_\pm \cdot \epsilon_0 E = \pm \sigma \quad (24)$. Außerhalb des Leiters ist $E=0$. Die im Kondensator

gespeicherte Energie ergibt sich zu $W_e = \frac{1}{2} \int \sigma \phi df \quad (25).$

Für die Gesamtkraft auf einen Leiter gilt $F = \frac{\epsilon_0}{2} \int_F E^2 n df \quad (26)$. Die Kraft auf die

positive Ladung einer Ebene führt zu $F_+ = -\frac{\epsilon_0}{2} \int_F E^2 n df = -\frac{Q^2}{2\epsilon_0 F} e_z \quad (27)$ oder

bezogen auf jeweils eine Ebene von Proton und Elektron zu $F = -\frac{\left(\frac{e}{2}\right)^2}{2\epsilon_0 R_e^2} \quad (28).$

Diese Kraft ist im Bereich ihrer Gültigkeit konstant, also ab einen Abstand von

einem R_e , denn dann liegt kein Raumbereich mehr dazwischen in den das Teilchen entweichen könnte. Nehmen wir noch die Energie hinzu, die in das

System eingeht, so gilt $W_c = \int F \cdot ds = -\frac{(e/2)^2}{2\epsilon_0 R_e^2} (R_e - d_p)$ (29).

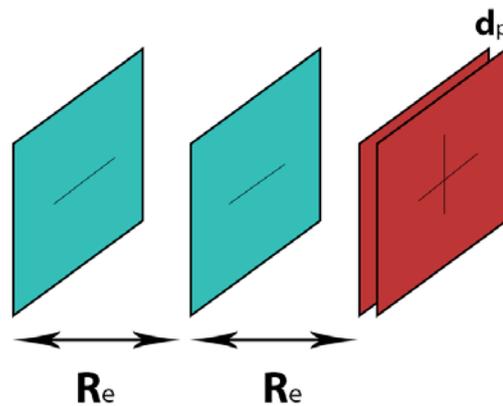


Abb. 1

Diese Energie muss also mindestens aufgebracht werden um ein Proton vom Elektron zu befreien das heißt, dass es wieder unabhängig wird. Nur so lange wie ein Teilchen als unabhängig angesehen werden kann, soll die Ladung vom ganzen Teilchen ausgehen und sich wie ein Kugelfeld, scheinbar als

Punktladung zeigen. Bis zu einem Abstand von $R = R_e + \frac{R_e}{2} + \frac{d_p}{2} \approx 1,5R_e$ soll dies der Fall sein (Abb.1). Damit muss zunächst die Energie

$$W_e = e \int_{\infty}^{1,5R_e} E(r) ds = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \Big|_{\infty}^{1,5R_e} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon \cdot 1,5R_e} \quad (30)$$

wären das $W_e = 0,34MeV$. Dieser Wert wird um einiges niedriger sein, da die Punktpotentialform wahrscheinlich schon früher nicht mehr gegeben ist und der Anteil der äußeren Ebenen damit schon früher verschwindet. Spätestens ab einen Abstand der Ebenen von einem R_e liegt der Raum fest und es soll nur noch die Geometrie der zwei nahen Ebenen einen Beitrag liefern (Abb. 1). Die beiden äußeren Ebenen müssen nun eine Weile nach außen fremd gebunden sein, dann würden sich die Teilchen weiter, nun aber wie Kondensatorplatten annähern.

$$\text{Die Energie dafür beträgt dann } W_e = \frac{(e/2)^2}{2\epsilon_0 R_e^2} R_e \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1836}}\right) = 0,78MeV \quad (31).$$

Es wurden somit insgesamt $W_e < 1,1MeV$ frei, die im System als Bindungsenergie stecken.

Die Anordnung der beiden Teilchen-Ebenen kann sich noch mit einem kleinen zusätzlichen Energieaufwand weiter umformen denn die Protonenebenen können sich auch innerhalb der Elektronenebenen befinden. Eine Schwierigkeit dabei ist, dass nur bestimmte Raumbereiche erlaubt sind. Das Proton kann keinen weiteren d_p Schritt eingehen, da sonst Elektronen und Protonenebenen übereinander liegen, - den gleichen Raum besetzen. Das heißt das Elektron springt um ein R_e weg, es muss Energie zugeführt werden, im gleichen Moment springt das Proton ein d_p näher. Im nächsten Zeitschritt bleibt das Elektron wo es ist und das Proton springt um ein weiteres d_p vorwärts und in einem dritten Schritt springt das Elektron zurück, verliert also seine Energie wieder und das Proton ist innerhalb des Elektrons. Die Energiebilanz dafür ist relativ niedrig, es müssen aber besondere Bedingungen vorliegen, damit das Elektron kurzfristig Energie aufnehmen und wieder abgeben kann. Das heißt es stellt sich für ein freies Neutron, das fern von anderen Ladungen ist, eine Stabilität zwischen Elektron und Proton ein (Abb. 2).

Der numerische Wert für die Bindungsenergie ist bemerkenswert, denn er entspricht dem des Neutrons, der sich aber nun alleine aus der elektrischen Wechselwirkung herleitet. Haben die Protonenebenen die negative Ladungsebene überschritten, bleiben sie innerhalb der negativen Ladungen halbwegs stabil. Bisher wäre es möglich seitlich zu entweichen, dies ist bei einer festgelegten Raumstruktur so nicht mehr erlaubt, erst wenn beide Teilchen unabhängig sind stehen ihnen wieder alle drei Dimensionen zur Verfügung.

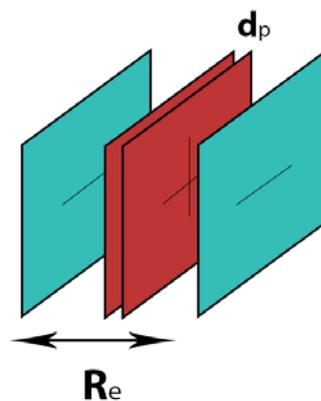


Abb. 2

Beim nächst höheren Element dem Deuterium, das aus einem Neutron und einem Proton besteht, gehen wir davon aus, dass das Neutron in der

geschlossenen Form nach außen hin elektrisch neutral ist. Das heißt, ein Proton kann sich ohne Energieverlust bis auf etwa ein R_e nähern (Abb. 3).

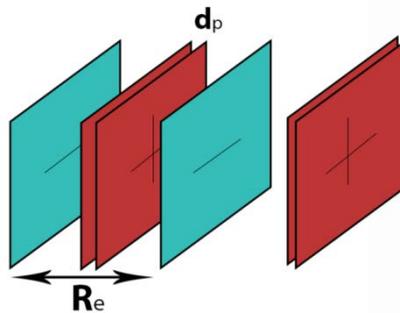


Abb. 3

Ab etwa einem R_e ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass das Elektron um ein R_e auf das neue Proton zuspringt und dadurch das alte Proton um etwa $R_e / 2$ außerhalb liegt (Abb. 4). Bei diesem Sprung verliert das System Energie, die als Bindungsenergie die Teilchen hinterher zusammenhält.

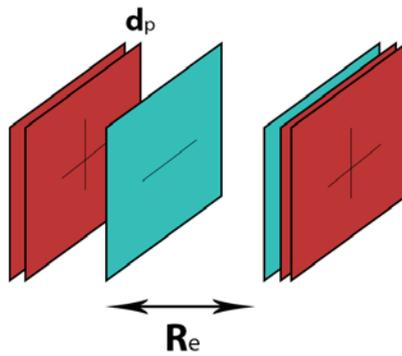


Abb. 4

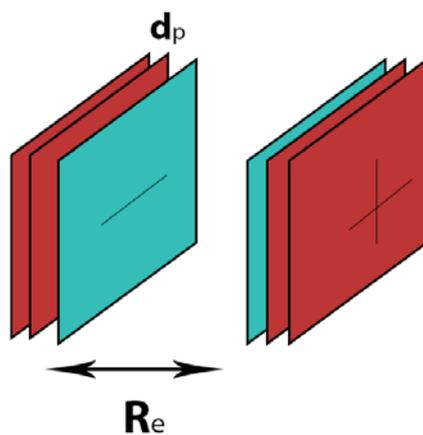


Abb. 5

Gehen wir davon aus, dass in der eindimensionalen Verschiebung sich jeweils nur noch zwei Seiten mit einer halben Ladung gegenüberstehen dann verliert das

System $W_e = \frac{\left(\frac{e}{2}\right)^2 R_e}{2\varepsilon_0 R_e^2} \approx 0,81 \text{MeV}$ (32) von den beiden rechten Ebenen Paaren

und $W_e = \frac{\left(\frac{e}{2}\right)^2 R_e}{2\varepsilon_0 R_e^2}$ von den Linken. Danach verliert es noch Energie über die Strecke $R_e / 2$ vom linken Protonenpaar, dass sich bis auf d_p an die linke

Elektronenebene annähern kann $W_e = \frac{\left(\frac{e}{2}\right)^2 \frac{R_e}{2}}{2\varepsilon_0 R_e^2} \approx 0,4 \text{MeV}$ (Abb. 5). Die gesamte

Bindungsenergie liegt dann bei 2,2 MeV und ist damit so groß wie die empirisch gemessene Bindungsenergie.

Der Raum zwischen den Teilchen ist nicht beliebig dicht existent. Für die Elektronen liegt er im Bereich von R_e Schritten, für die Protonen bei d_p Einheiten. Nähern sich zwei Elektronen, dann spüren sie die abstoßenden Kräfte bis zu einer Entfernung von einem R_e . Gelingt es die beiden Ladungen noch näher zu bringen, dann existiert nur noch Raum in d_p Größen. D.h. die Teilchen können sich zwar weiter annähern, üben aber schlagartig keine Kraft mehr aufeinander aus, denn sie „sehen“ einander nicht mehr, da keine ganzzahligen R_e Schritte mehr zwischen ihnen liegen. Die dichteste Nähe wäre demnach eine Entfernung der Elektronen von einem d_p Entfernung, doch sind diese Verbindungen indifferent und würde sich schnell wieder aus dem inneren Bereich entfernen und so in den abstoßenden Teil kommen. Anders, wenn Protonen mit dabei sind. Die Ebenen der Protonen und die der Elektronen üben weiter anziehende Kräfte aufeinander aus und führen zu einer Stabilität der Atome. So können sich ein Deuterium Atom und ein Neutron zu einem Tritium verbinden und zusammen eine äußerst kompakte Form annehmen, die nur leicht über der von R_e liegt (Abb. 7). Diese Ausdehnung ist zwar sehr kompakt, bestimmt aber auch gleichzeitig eine Grenze, die nicht überschritten werden kann. Es würde ganz allgemein auch bedeuten, dass bei Bedingungen, wie zum Beispiel nach einer Super Nova, die zu einem schwarzen Loch führen können, spätestens ab einer Dichte bei der der gesamte mögliche Raum ausgeschöpft ist, sich eine neue Stabilität einstellt, allein durch die Beschränktheit des Raums im Elementarbereich.

Gehen wir also bei der Verbindung von 2_1H zu 3_1H grob davon aus, dass sich das Neutron (1MeV) dem Deuterium (2,2MeV) bis auf etwa $1 R_e$ Entfernung ohne Energieverlust nähert. Dann soll es sich linear von etwa 3 bis $4 R_e$ (Abb. 6) auf etwa $1 R_e$ verdichten, jedoch nicht mit jeweils 2 halben Ladungen sondern es sollen sich alle vier Ladungshälften beteiligen, so dass wir $\approx 2 \cdot 3 \cdot 0,8MeV = 4,8MeV$ erhalten (Abb. 7). In dem kompakten Aufbau sind also rund $8MeV$ an Energie gebunden, die erst überwunden werden müssen, um alle Teilchen wieder in ihre Grundbausteine zerlegen zu können. Auch dies entspricht dem experimentell gemessenen Wert.

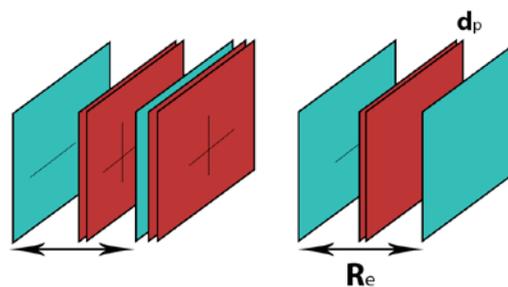


Abb. 6

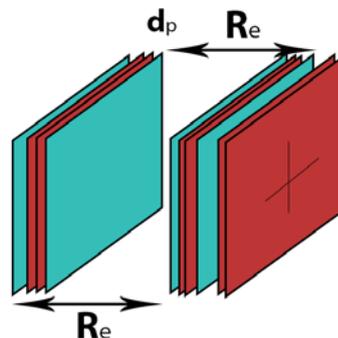


Abb. 7

Der Aufbau der Elemente könnte in dieser einfachen Form noch weiter fortgesetzt werden, doch liegt eine zunehmende Diskrepanz in der Einseitigkeit der Raumverdichtung vor, die zu immer längeren eindimensionalen Raumkonzentration führen würde, obwohl auch andere Raumdimensionen besetzt werden könnten. Darum soll die weitere Verknüpfung der Teilchen hier vorerst nicht weiter geführt werden, sondern es sollen stattdessen zunächst einige dynamische Prozesse genauer untersucht werden.