

Teilchen als Ebenen im Mikro- und Makrokosmos

Bisher wurde der Aufbau des Universums im Makrobereich behandelt.

Die Entwicklung vollzieht sich danach vom Rand aus zum Innern hin und nicht wie im Standardmodell von einem kleinen punktförmigen Raumbereich zu einem sich aufblähenden Ganzen. Immer wenn sich an dem sich vergrößernden Randbereich der Universums Sphäre, eine kleine Fläche einer ganz bestimmten, durch die Randbedingungen festgelegte Flächengröße ergibt, entsteht in einem kurzen, immer gleichen Ablauf ein neues Teilchen-Antiteilchenpaar von der Art eines Neutrons, bei dem sich das Antiteilchen mit dem Rand zusammen mit Lichtgeschwindigkeit entfernt und das zurückbleibende Neutron-Teilchen an seiner Entstehungsposition bleibt, sich nicht linear bewegt sondern gestuft dreht und dabei nach jedem ganzen Zyklus eine Raumgröße in R_U -Richtung abgibt.

Zwischen dem Teilchen und dem Antiteilchen werden abgesteckte Größen festgelegt, die für uns als einzig möglicher Raumschritt Realität haben. Das Neutron nimmt bei seiner Drehung drei weitere Raumpositionen ein, ehe sich der Zyklus wiederholt. Das Neutron soll aus zwei zugehörigen Flächen der Größe R_e^2 bestehen, die sich zum einen im Abstand R_e befinden und dem Elektron zugeordnet werden und einem zweiten Ebenen-Paar der gleichen Flächengröße mit einem Abstand d_p . Dieser letztere Ebenen-Abstand ist davon abhängig, wo es sich im Universum befindet. Die Radiusposition in Bezug auf die Größe des Universums, soll den Abstand der beiden Ebenen festlegen. Bei unserer Position wäre das $d_p = R_e \sqrt{m_e / m_p}$. Dieses zweite Ebenen-Paar hat dann die Bedeutung des Protons. d_p legt damit noch eine zweite Bezugsgröße im Raum fest, die zusätzlich zu R_e Realität für uns haben soll.

Protonenebenen und Elektronenebenen drehen sich. Dabei zeigen sie einmal in R_U -Richtung und einmal entgegengesetzt dazu. In den dazwischenliegenden beiden Zeiten können die Ebenen-Paare potentiell jede Raumrichtung einnehmen, es ist der Moment, wo das Elektron und das Proton sich untereinander austauschen. Im Anfangszustand haben wir $n = 10^{23} s^{-1}$ Verbindungen zu dem Antiteilchen oder auch entsprechend untereinander. Die Größe d_p ist dabei die kleinstmögliche Verschiebung der Ebenen in Bezug aufeinander. Sie stellt einen potentiellen Energiewert dar, den man braucht, um ein Grundmasseteilchen auf dem Universums-Radius um ein R_e anzuheben.

Für ein Proton-Ebenen-Paar bei unserer Universums-Position wäre dann der Abstand $d_p \approx 1,5 \cdot 10^{-18} m$, was im Verhältnis zum Elektronenabstand gleich

deren Massenverhältnissen entspricht. $\frac{R_e}{d_p} = \sqrt{\frac{M_p}{M_e}} \approx 42,8$.

Mit jedem R_e -Schritt, um das sich das Universum vergrößert entfernen sich die Ebenen der neu gebildeten Teilchen die am Rand liegen (die Antiteilchen) um eine entsprechende Energiegröße ΔE , was sich darin zeigt, dass sich der Abstand von d_{mi} immer mehr dem Abstand R_e nähert. m_i hat die Bedeutung einer Energiegröße die dem Potential also der Position auf R_U entspricht.

Für den Abstand d_p soll gelten $d_p = R_e \sqrt{\frac{m_e R_1}{M_{U0} R_e}}$ (1), wobei R_1 die jeweilige Position im Universum angeben soll.

Zum Anfangszeitpunkt $T_U = 0$ war $R(t=0) = R_U = R_e$ und damit lag der Ebenen-

Abstand bei $d_0 = R_e \sqrt{\frac{m_e}{M_{U0}}} = 2 \cdot 10^{-36} m$.

Am Ende T_e gilt für den Ebenen-Abstand $d_p = R_e$, also $1 = \sqrt{\frac{m_e R_U}{M_{U0} R_e}}$ woraus sich

eine Radius-Größe von $R_U = \frac{M_{U0} R_e}{m_e} = 5 \cdot 10^{27} m$ für das Universum am Ende

ergibt. Nach 540 Mrd. Jahren hätte das Universum seine höchste Ausdehnung erreicht, der Entwicklungsprozess kehrt sich dann um.

Mit diesen zahlreichen neuen Annahmen im Gesamtaufbau soll nun versucht werden dies auf die Quantenmechanik zu erweitern. Lassen sich die Protonen/Elektronen-Ebenen, die nun wieder örtlich und zeitlich genau festgelegte Größen sein sollen, mit den Beobachtungen der Wirklichkeit im Mikrokosmos und damit der Quantenmechanik in Verbindung bringen?

Ein Teilchen in einem Potentialfeld wird nach der klassischen Mechanik durch

die kinetische Energie $T = \frac{p^2}{2m}$ und der potentiellen Energie $V(r)$ beschrieben,

die zusammen die Gesamtenergie E bilden.

$E = \frac{p^2}{2m} + V(r)$ (2). Setzt man hier für E die de Brogli-Beziehung ein, dann

erhalten wir die Dispersionsrelation $\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V(r)$ (3). Dabei soll die

Wellenlänge klein gegen die typische Änderungslänge von $V(r)$ sein.

Lösungen für diese Gleichung wäre eine monochromatische Welle der Form $\psi = Ae^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ (4). Dies wäre eine komplexwertige Funktion, die als skalare Funktion angenommen werden soll.

Mit $\hbar\omega\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$ und $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi$ folgt dann daraus die bekannte Schrödinger-Gleichung

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V(r)\psi} \quad (5)$$

Es wird postuliert, dass diese Gleichung auch im Quantenregime gelten soll.

Die Schrödinger-Gleichung ist linear und homogen, so dass üblicher Weise eine Vielzahl ebener Wellen (4) die alle die Gleichung (5) erfüllen zu einem Wellenpaket $\psi(x,t) = A(x,t)e^{i(k_0x-\omega t)}$ (6) zusammengefasst werden können. Eine

Näherung für die Amplitude kann als $A(x,t) \approx 2A_0 \frac{\sin\left[\left(x - \frac{d\omega}{dk}\Big|_{k_0} t\right)\Delta k\right]}{\left(x - \frac{d\omega}{dk}\Big|_{k_0} t\right)}$ (7)

angesetzt werden.

Dieses Wellenpaket zerfließt zwar mit der Zeit, ruht aber in einem mit der

Geschwindigkeit $v_g = \frac{d\omega}{dk}\Big|_{k_0}$ bewegten System, hier wird die Amplitude

zeitunabhängig.

Da wir annehmen, dass Protonen und Elektronen zwei unbestimmte endlos dünne Ebenen der Flächengröße $A_0 = r_e^2$ sind, die zwei Ebenen von fester Größe und einem ihrer jeweiligen Masse entsprechenden konstanten Abstand zu einander haben, dann ist es nicht mehr möglich, dass sie als ein langsam zerfließendes Wellenpaket angesehen werden können. Trotzdem muss die

Position weiter wellenartigen Charakter haben, die vielleicht nicht im lokalen Teilchen selber begründet ist sondern im Zusammenhang mit anderen Teilchen zu suchen ist.

Teilchen zerfließen nicht mit der Zeit, ihre genaue Position kann dennoch nur statistisch bestimmt werden. Um diesen Widerspruch formal aufzuheben erweiterte man die Quantenmechanik zu einer statistischen Quantenmechanik, in der nicht mehr die genaue Lage der Wellenfunktion, sondern deren Erwartungswert festgelegt ist.

Danach werden die Lösungen ψ , die die Schrödinger-Gleichung erfüllen zu einer Dichte $\rho = \psi\psi^*$ (8) zusammengefasst, die zur Kontinuitätsgleichung $\rho_i + \partial_i(2\alpha\rho G_i) = 0$ (9) führt.

Beispielsweise sieht für ein geladenes Teilchen im elektromagnetischen Feld die entsprechende Kontinuitätsgleichung folgendermaßen aus:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0 \quad \text{mit} \quad \rho v := J = \frac{i\hbar}{2m}(\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi) - \frac{q}{m} A \psi \psi^* \quad (10)$$

\mathbf{J} ist darin jetzt die Wahrscheinlichkeitsstromdichte. Analog zum quasiklassischen Grenzfall definieren wir dann ρ als Ladungs- und Stromdichte, $\lambda = q\rho$ und $j = q \cdot \rho \cdot v$. Es folgt daraus die Ladungskontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} + \text{div} j \quad \text{mit} \quad j = \frac{i\hbar q}{2m}(\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi) - \frac{q^2}{m} A \psi \psi^* \quad (11)$$

Aus (9) ergibt sich nach der Integration über den ganzen Raum:

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathbb{R}^3} \rho d^3\tau + \int_{\infty} \rho v df = 0 \quad (12) \quad (\text{zur Integration wurde der Gauß'sche Satz benutzt}).$$

Im quasiklassischen Grenzfall ist $\int_{\infty} \rho v df$ der Teilchenfluss im Unendlichen was

der Erhaltung der Teilchenzahl im Ganzen entspricht. Damit gilt $\int_{\mathbb{R}^3} \rho d^3\tau = \text{const.}$

Sei ΔV ein makroskopisch kleines, aber mikroskopisch hinreichend großes Volumen, dann gilt $\int_{\Delta V} \rho d^3\tau$ ist die Teilchenzahl im Volumen ΔV .

Im Quantenregime kann hingegen $\int_{\Delta V} \rho d^3\tau$ nicht mehr als Teilchenzahl

interpretiert werden, denn selbst wenn es konstant ist, zerfließt das Wellenpaket mit der Zeit. In Ein-Teilchen-Experimenten wird zudem kein eindeutiger

Zusammenhang zwischen ρ und dem Teilchenort gefunden. Besser ist es

$\int_{\Delta V} \rho d^3\tau$ im Ein-Teilchen-Experiment als den Erwartungswert der Teilchenzahl in ΔV anzugeben. ρ wird damit im Quantenregime zur Wahrscheinlichkeitsdichte und $J = \rho v$ wird entsprechend zur Wahrscheinlichkeitsstromdichte.

Das hinreichend große Volumen ΔV kann auch für den Bereich stehen, indem eine hinreichend große Zahl von Teilchen miteinander im Austausch steht.

In dem jetzt modifizierten Bild vom Teilchen erfolgt eine Bewegung nur schrittweise in ganzen R_e - oder d_p -Schritten. Das kleinste Zeitintervall beträgt $T_0 = 10^{-23} s$ und jeder Austausch soll in R_e -Schritten zu T_0 -Zeiteinheiten übermittelt werden. Damit tritt eine Geschwindigkeitsänderung in Δt Zeiten ein, die das Teilchen so lange in diesen Zeitintervallen belässt, bis eine neue Änderung eintritt. Die Verbindung zu den im Raum homogen verteilten Teilchen ist von zufälliger statistischer Natur allein weil sie immens groß ist. Sie soll einer drei-dimensionalen Gaußverteilung entsprechen. $\varphi_0 = Ne^{-\frac{1}{2}(k-k_0)^2 a}$ (13) stellt dann eine Funktion dar, die den Erwartungswert beschreibt, dass sich das Teilchen im Raumbereich ΔV_0 befindet. Dieser Ort wird aber nun nicht von einem freien unabhängigen Teilchen bestimmt, sondern durch den entsprechenden Kontakt zu anderen Teilchen, der zahlenmäßig im Bereich von 10^{20} Kontakten / s zu einer entsprechend hohen Zahl von Teilchen besteht. Die jeweiligen auf die mittlere Bewegung bezogenen Potentiale haben einen extrem kleinen Wert.

Beobachten wir ein freies Teilchen zu einem aus unserer makroskopischen Sicht relativ kurzen Zeitraum, so haben wir es dennoch beim Ort um eine Mittelung um einen Raumbereich ΔV zu tun, allein weil die Teilchenverbindung so extrem hoch ist. Wir müssten uns in dem Bereich von $10^{-20} s$ bewegen um die Teilchenbewegung zu sehen und würden erst dann die Sprungbewegung eines ruhenden freien Teilchens beobachten, dass sich gemäß $\varphi_0 = Ne^{-\frac{1}{2}(k-k_0)^2 a}$ um sein Zentrum k_0 bewegt. Diese Bewegung wäre dann tatsächlich exakt ganzzahlig in d_p -Schritten (beim Proton), anscheinend räumlich zufällig verteilt. Die Verteilungskurve hängt dabei davon ab wie weit die jeweiligen Kontakt-Teilchen im Raum entfernt sind und wie der Zeitplan für den Kontakt war, der wiederum von den Anfangsbedingungen bestimmt wird. Kommt es zum

Austausch dann sollen beide beteiligten Teilchen in „Sichtlinie“ liegen und sie sollen sich in ganzzahliger Entfernung zu d_p befinden.

Die Normierungskonstante N von (13) ergibt sich aus der Forderung

$$1 = \int dk |\varphi_0|^2 = N^2 \int dk e^{-(k-k_0)^2 a^2} = N^2 \frac{\sqrt{\pi}}{a} \quad \text{zu} \quad N = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{\pi}} \quad (14).$$

Die bekannte Wellenfunktion dazu im Ortsraum hat dann folgende Form:

$$\psi(x,t) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}} \int dk \cdot e^{-\frac{1}{2}(k-k_0)^2 a^2} e^{i(kx - \frac{\hbar k^2}{2m}t)} = \frac{N}{a\sqrt{1 + i\frac{\hbar t}{ma^2}}} \exp\left(-\frac{x^2 - 2iak_0x + i\frac{\hbar k_0^2}{m}a^2t}{a^2\left(1 + i\frac{\hbar t}{ma^2}\right)}\right) \quad (15).$$

Wie sieht der Übergang von der Quantenmechanik zur klassischen Mechanik aus? Wie können wir diese Wellenpakete in den bekannten Formalismus der klassischen Mechanik im Makrobereich überführen?

Dafür gehen wir wieder von der Wirkfunktion der klassischen Mechanik aus. Nach der Hamilton-Jakobie Differentialgleichung gilt für die Bewegung eines Teilchens das seine Wirkfunktion $S = S(q_1, \dots, q_f, t)$ die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H\left(q_i, \frac{\partial S}{\partial q_i}, t\right) = 0 \quad (16) \quad \text{mit} \quad H(q_i, p_i, t) \quad \text{als Hamilton Funktion erfüllt. Es}$$

folgt für ein freies Teilchen im Potential $V(r)$:

$$\frac{\partial S(r,t)}{\partial t} + \frac{[\nabla S(r,t)]^2}{2m} + V(r) = 0 \quad (17).$$

Danach gilt für die Eigenschaften der Wirkfunktion in Bezug auf die Quantenmechanik, das gilt $mv = p = \nabla S$; die Teilchenbewegung folgt somit senkrecht zu den Flächen $S = \text{const}$ der Wirkfunktion.

$$\text{Außerdem gilt} \quad dS = \nabla S \cdot d\vec{r} + \frac{\partial S}{\partial t} dt = \vec{p} \cdot d\vec{r} - Edt \quad (18)$$

S soll konstant sein, also ist $dS=0$ und damit gilt für die Bewegung von S,

$$v_s = \left. \frac{ds}{dt} \right|_{S=const.} = \frac{E}{p}. \text{ Setzen wir hier die de Broglie Beziehung ein, dann erhalten}$$

$$\text{wir } v_s = \frac{\omega}{k}.$$

Damit ergibt sich eine Beziehung zwischen der Bewegung der Phasenflächen der ebenen Wellen und der Teilchenbewegung senkrecht zu den Flächen S, die wir als konstant ansehen.

Die Phasenflächen der Materiewelle können im quasiklassischen Grenzfall mit den konstanten Flächen S der Hamilton-Jakobi-Theorie gleich gesetzt werden.

Betrachten wir nun zwei freie Teilchen, die sich in einiger Nähe zueinander aufhalten. Sie sollen sich im elektrischen oder gravitativen Potentialfeld zueinander befinden. Dieses Feld wird nun genauer durch die Bedingung festgelegt, dass der Raum nur in R_e - oder d_p -Schritten Realität gewinnt und dass sich die Verbindung immer auf nur jeweils genau zwei Teilchen bezieht.

Dann kann der Kontakt in seiner kleinsten Größe als eine ebene Welle

$$\psi = Ae^{i(\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega t)}$$

beschrieben werden, die in Richtung des zweiten Teilchens abgeht.

In dieser kleinsten Grundgröße gilt $\omega = 2\pi\nu_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ und $k = 2\pi\lambda = 2\pi r_e$. Die

Phasengeschwindigkeit der ebenen Welle liegt bei $v_s = c$, die Flächengröße der Ebenen ist auf $A_0 = r_e^2$ (19) begrenzt und es soll nur ein einziger Puls abgehen.

Zu den Phasenflächen kommen nun noch die beiden Flächen des Teilchens hinzu, die der Information über seine Teilchenmasse entspricht, also nicht das Teilchen selber, sondern die Information, wie durch das Teilchen die Raumlänge bezogen auf die Grundeinheit R_e gestaucht wurde. Trifft dieses Raumstück nach einem entsprechenden Zeitabschnitt auf das zweite Teilchen, so verändert sie die ursprüngliche Raumposition in Bezug auf das Ganze um genau ein Raumstück. Bei einem Proton beispielsweise um genau ein d_p hin zum ersten Teilchen.

Dabei ist immer nur ein ganzzahliger Sprung möglich. Jetzt bleibt eine Bewegung des zweiten Teilchens in Richtung des ersten Teilchens, die zum einen in d_p -Schritten, zum anderen aber in Δt -Einheiten abläuft. Dieses Δt stellt eine Zeitdauer dar, die die Information vom ersten zum zweiten Teilchen ursprünglich brauchte. Die Geschwindigkeit des Teilchens beträgt so lange

$$v_T = \frac{d_p}{\Delta t}$$

soll sowohl bei neutralen Massen als auch bei Ladungen gelten. Der

entscheidende Unterschied ist, dass Ladungen sich normal auf zwei Teilchen beschränken, Massen hingegen mit einer unbestimmten Zahl von überall im Raum verteilten Teilchen im Austausch stehen.

Nehmen wir beispielsweise eine Ladung, die im Atom kurz angeregt wird und dann wieder spontan auf den Grundzustand zurückspringt.

Im Grundzustand ($n=1, l=0, m=0$) ist die Wellenfunktion eines Ein-Teilchen-Systems durch $\psi = \frac{e^{-r/r_B}}{\sqrt{\pi}(r_B)^{3/2}} e^{-iE_1 t/\hbar}$ (20) bestimmt.

Daraus folgt für die Wirkfunktion $S = -E_1 t$. Das heißt die Geschwindigkeit ist nach der Bohmschen Interpretation $\dot{r} = \frac{\nabla S(r,t)}{m_e} = 0$ (21). Die Trajektorien sind

Bereiche die mit einer Wahrscheinlichkeit $|\psi|^2$ verteilt sind und sich dabei nicht wirklich bewegen. Sie ruhen quasi bei $r = r_0$ im Quantenpotential. Dem gegenüber haben angeregte Zustände die Form $\psi = Y_{nlm}(r, \vartheta) e^{i(m\varphi - E_n t/\hbar)}$ (22). Hier bekommt S die Form $S = \hbar m \varphi - E_n t$ und dann ist die Geschwindigkeit

$\dot{r} = \frac{\nabla S}{\mu} = \frac{\hbar m}{\mu r \sin \vartheta} e_\varphi$ (23) mit μ als reduzierte Masse und m als magnetische Quantenzahl.

Trajektorien sind darin Kreise mit $r = r_0$, $\vartheta = \vartheta_0$ und $\varphi = \frac{\hbar m t}{\mu r_0^2 \sin \vartheta_0}$. Die

Wahrscheinlichkeitsdichte ist nach der Kugelfunktion $Y_{nlm}^2(r_0, \vartheta_0)$ (24) verteilt.

Wir haben festgelegt, dass Ladungen überwiegend mit einer Gegenladung in Kontakt stehen. Wenn also ein Teilchen von außen angeregt wird, gibt es ein zugehöriges entfernteres Gegenteilchen, auf das es zielt. Das Gegenteilchen soll in der Sichtlinie liegen und es muss über einen entsprechenden Wellenzug nicht mit dem Kern in Verbindung stehen, sondern ausschließlich mit der fremden Ladung. Die Störung der Raumgröße in Bewegungsrichtung und der Amplitude senkrecht dazu bewegt sich mit c auf das Gegenteilchen zu. Der Ort des Elektrons bleibt im Bereich der beiden Bahnen. Entscheidend für die Energie ist nicht die Auslenkung, sondern die Dauer, die ein Elektron braucht um von einem Gleichgewichtszustand zu einem neuen zu kommen. Diese Zeitdauer ΔT legt die Frequenz und bei der immer gleichen Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum, die Wellenlänge λ fest. Die Bewegung des Elektrons zeigt, wie der Ebenen-Normalen-Vektor, im Moment der Bewegung vom Kern weg und im Moment der Verbindung zum fremden Teilchen in dessen Richtung.

Es zeigt sich das schon beispielsweise beim Lyman-Alpha-Übergang $\lambda = 121,6 \text{ nm}$ das Teilchen über einen Zeitraum von $t = 2 \cdot 10^{-15} \text{ s}$ zu einem fremden Teilchen gerichtet ist, was kurz scheint, hingegen im Vergleich zu 10^{-20} s , den typischen Verbindungszeiten zu anderen Teilchen, um einen Faktor 100.000fach länger ist. Der eigentliche Austausch zum Kern wird über einen aus Teilchensicht langen Zeitraum unterbrochen.

Diese scheinbar so simple einzelne Schwingung unterliegt dann auf seinem Sprung einer Vielzahl von überlagerten Bewegungen, die dazu führt, dass eine genaue Lokalisierung so gar nicht möglich ist. Was wir sehen ist immer eine Zusammenfassung, ein Mittelwert der Bewegung und eine Stabilisierung auf Bahnen im Atom, die dem Erwartungswert entsprechen.

Der Puls eines einzelnen Photons bewirkt also im Vergleich zu den sonstigen Grundgrößen, eine lang anhaltende einseitige Bewegung des zweiten Teilchens; einer Unterbrechung der einseitigen elektrischen Verbindung zum Kern die ein entsprechend viel größeres fremdes Potential darstellt.

Die Annahme von zwei festen Ebenen, statt von einer Kugel, die die Teilchen symbolisieren und den Raum festlegen, führt zu weiteren Vereinfachungen im Mikrobereich, auf die später noch genauer eingegangen werden soll.