I.

Ist unser Universum abgeschlossen

Überlegungen zu einem Aufbau des Universums, der als untere Grenze den Schwarzschildradius als nicht zu überwindende Größe annimmt, und der als obere Grenze den Radius des Universums hat. Die Idee ist, dass wir uns in einem linear wachsenden Universum befinden, bei dem die Materie am äußeren Rand neu hinzukommt und dessen Massengröße zur jeweiligen Sphärenschale gehört.

Nach der Quantenfeldtheorie besteht das Vakuum nicht aus einer Leere, sondern besitzt auch bei völliger Abwesenheit von Feldern und Teilchen einen Energiewert. Dies können z.B. Nullpunktsfluktuationen sein, Teilchen-Antiteilchen-Paare, die sehr kurzfristig entstehen und wieder zerfallen. Die theoretisch vorhergesagten Energien, die in so einem Vakuum stecken sind extrem groß und übertreffen die gemessenen Werte z.B. beim Casimir-Effekt um viele Größenordnungen (Faktor $\approx 10^{120}$) und sind auch als Kandidat für die dunkle Energie um viele Ordnungen zu groß. Dennoch soll der Gedanke eines nicht leeren Vakuums auch in diesem Ansatz als Grundlage für die Entstehung von Universen stehen. Dabei soll die Idee noch weitergeführt werden. Die Grundlage soll eine unbestimmte, unscharfe Form von Raum und Zeit sein, die eine nicht eindeutige Anzahl von Dimensionen hat, in der die Größen wie Energie und Impuls nicht auf Teilchen lokalisiert werden können, was dazu führt, dass es keine vernetzten oder komplexe Formen gibt, aber auch das Begriffe wie: sehr groß oder sehr klein, lang oder kurz, ihre Bedeutung verlieren. Die Form wäre mehr mit Zahlenwerten vergleichbar, die ohne Einheit da - oder wieder verschwunden sind, jederzeit an jedem Ort in beliebiger Zahl vorhanden sein können und doch keinerlei Bedeutung für ein nicht vorhandenes Ganzes haben können.

Das Bedeutsame einer festen dauerhaften Größe in einem festgelegten Raum, in dem die Zeitprozesse zeitlich nacheinander ablaufen, in dem die Strukturen scharf sind, sich austauschen, verbinden und wachsen können, ist nur innerhalb eines abgeschlossenen Systems mit abzählbar vielen begrenzten Elementen eine endliche Zeit möglich. Das Bedeutsame, Wichtige, wirklich Vorhandene existiert dann nur für die Elemente in dem abgeschlossenen System. Informationen darüber können nicht nach außen gelangen und dadurch einen Status der Ewigkeit bekommen, weil dieses Außen keinen Bestand hat.

Das Gesamtsystem muss dabei nicht aus einem Punkt in dieses Vakuum hineinstreben, sondern es kann sich auch entwickeln und nur aus dem Vakuum zu einem bestimmten Zeitpunkt an einem vom System aus festen Ort ein Teilchen von festgelegter Größe zulassen. Jeder andere auch vorhandene Wert bekommt keinen Zugriff auf das System und bleibt belanglos, egal wie seine Energie- Raum- oder Zeitwerte sind, sie passen nicht zum Ganzen. Ein Universum funktioniert dann wie ein Filter, der durch bestimmte einmal festgelegte Anfangsparameter nur einen einzigen Aufbau von unendlich vielen möglichen, zulässt.

Einige Grundgrößen in unserem Universum sind der dreidimensionale Raum, die Zeit, die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit, die stabile Masse des Protons und die des Elektrons. Nach dem Standardmodell entstand die Welt in einer Art Urknall auf einem extrem kleinen Raumbereich. In einem winzigen Zeitablauf entstanden der Raum, die Zeit, die Energien und in einem Nacheinander lösten sich die vier Wechselwirkungskräfte. Nach der Inflationstheorie blähte sich das Universum dramatisch auf ehe es für unsere Vorstellungen physikalisch verständlich wurde. Materie kondensierte aus der Energie und die ersten Heliumkerne entstanden, während sich das Universum abkühlte.

Dieser Anfang widerspricht nicht der Möglichkeit, dass im Vakuum gigantische Energien stecken, sie hat aber den Nachteil, dass einmal entstandene scharfe Strukturen, wie Protonen und Elektronen, nicht mehr verschwinden. Es bilden sich Objekte aus einem bedeutungslosen Anfangszustand, die das Potential haben, Informationen von Bedeutung zumindest formal ewig zu halten.
Eine der grundlegenden Stützen der Urknalltheorie ist zum einen die Rotverschiebung der Systeme. Je weiter desto Rot-verschobener sind die Spektrallinien, die auf ein Auseinanderstreben der Galaxien schließen lassen und zum anderen die Hintergrundstrahlung, die als die Reste des Urknalls interpretiert werden und sich bemerkenswert in die Theorie einfügen lassen. Auch die zahlenmäßigen Anteile an Protonen, Heliumkernen und höheren Metallen passen zu dieser Theorie.
Was große Erklärunkschwierigkeiten bereitet ist die Frage nach der Symmetrie von Materie und Antimaterie, aber auch der Begriff der Materie selber. Warum ist das Proton schwer und das Elektron leicht? Was ist die dunkle Materie, ohne die die Urknalltheorie nicht aufgeht, sich keine großen Systeme so schnell hätten bilden können und noch ungeklärter, was ist die dunkle Energie?

Dabei ist der theoretische Ansatz der Urknalltheorie nicht die einzige Lösung der Einsteinschen Gleichungen und unter den Weltenmodellen eher exotisch, dennoch ist sie das einzige Modell, dass sich so gut mit den gefundenen Beobachtungen vereinbaren lässt. Dennoch wurden auch hier schwerwiegende Bedingungen, wie Inflation, dunkle Materie, Symmetrieabweichungen eingeführt, um sie im Detail passend zu machen.
Ohne zusätzliche unbekannte Parameter wird man wohl keinen Lösungsansatz der Einsteinschen Gleichungen finden, der mit der Wirklichkeit vereinbar ist, doch genauso gut können es auch andere abwegige Unbekannte sein, die eine Theorie dann noch weiterführen, aber vielleicht ohne Inflation oder dunkler Materie und dunkler Energie.
Zudem findet sich weder zur Ladung noch zur Gravitation ein ganzheitlicher Ansatz und auch der Grund warum Materie nur unscharf zu lokalisieren ist, muss als gegeben angenommen werden.

Bei den Überlegungen hier sollen die Abgeschlossenheit des Systems, die Endlichkeit und die präzise definierte Anzahl der Objekte, die sich wieder auflösen sollen, im Vordergrund stehen.
Dabei muss der Anfang exakt geordnet festgelegt sein und sich erst allmählich vermischen, dann vernetzen und damit zunehmend komplex werden. Dennoch soll es zeitlich begrenzt sein. Irgendwann müssen sich daher die Prozesse Stück für Stück wieder auflösen, vereinfachen, um dann in der Unschärfe zu verschwinden. Zu einem solchen Ansatz passt nicht eine explosionsartige Entwicklung, ein plötzliches Vorhanden sein, sondern dazu eignet sich ein kontinuierlicher Wachstumsprozess, vom einfachen zum immer komplizierter Werdenden. Mit diesen Vorbedingungen bietet sich ein allererstes Teilchen an, das mit seiner Raumgröße, mit seiner Volumenfläche und seiner Masse die weiteren Schrittgrößen und Massen fast festlegt.
Bedeutung hat dieses erste Teilchen nur für unsere Welt, da es das erste ist und von der gleichen Art wie wir. Dies Teilchen kann entweder sofort wieder verschwinden, oder es kann größer werden. Es muss dabei aber feste Gesetze beachten, die sich als Ganzes aufheben. Sei nun dies erste Teilchen von der Größe eines Elektronenradius und mit einem Neutron vergleichbar, das aber ein viel höheres Massenäquivalent hat. Dann kann ein zeitlich endlicher Prozess einsetzen, so dass ein dreidimensionaler Raum möglich wird, der sich bei einer Schrittlänge von immer einem Elektronenradius Re vergrößert und dabei die damit festgelegte Grenzgeschwindigkeit c hat. Damit wächst das Universum räumlich linear, der

Radius des Universums- ist $R_u = k \cdot R_e$ mit k = 1,2,3,4..und die Geschwindigkeit ist mit $R_u / t_u = c$ der Lichtgeschwindigkeit.
Wie bleibt nun dieses sich entwickelnde Volumen geschlossen? Warum sollte nicht jedes beliebige Vakuumteilchen innerhalb des Volumens das Innere verändern? In sich abgeschlossene Systeme zu denen wir keinen Zugriff auf sein Inneres haben sind zum Beispiel schwarze Löcher. Nach den Einsteinschen Gleichungen, besteht theoretisch die Möglichkeit, dass Materie in der Form kollabiert, dass ab einem festen Radius, der nur von der Gesamtmasse abhängt, nichts mehr entweicht.

Untersuchen wir dazu zunächst die Schwarzschild Metrik innerhalb und außerhalb von schwarzen Löchern. Beginnen wir mit den bekannten Lösungen von statischen Gleichgewichtsbedingungen für Sterne mit konstanter Dichte.
Ausgehend von den Einsteinschen Feld-Gleichungen

$$R_{ij} = \frac{8 \cdot \pi \cdot \gamma}{c^4} (T_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} T) \quad (1)$$

können wir für einen zeitunabhängigen, kugelsymmetrischen Ansatz mit $v = v(r), \lambda = \lambda(r)$ den allgemeinen Ansatz nehmen

$$ds^2 = e^{v(r)} c^2 dt^2 - e^{\lambda(r)} dr^2 - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2)\,. \quad (2)$$

Druck und Dichte sollen isotrop und auch kugelsymmetrisch sein, dann gilt mit $p = p(r)$ und $\rho = \rho(r)$ für die Energiedichte $U(\lambda) = \{e^{v/2} c, 0,0,0\}$ und nach einigen bekannten Umformung für den Energie-Impuls-Tensor $T_{00} = e^{v} \rho c^2$ und entsprechend für $\{T_{11}, T_{22,} T_{33}\} = \rho \{e^{\lambda}, r^2, r^2 \sin^2 \upsilon\}$ folgt mit weiteren Rechnungen $e^{\lambda} = (1 - \frac{GM(r)}{c^2 r})^{-1}$ und $e^{v(r)} = 1 - \frac{2GM}{c^2 r}$, was uns zu der Oppenheimer-Tolman-Volkoff-Gleichung

bringt $$p'(r) = \frac{GM\rho [1 + p/(c^2 \rho)][1 + 4\pi\pi r^3 / (c^2 M)]}{r^2 [1 - 2GM/(c^2 r)]}\,. \quad (3)$$

Dazu gehören die Gleichungen
$M'(r) = 4\pi\pi r^2 (r)$, $\quad p / p_0 = (\rho / \rho_0)^{\gamma}$ mit den Randbedingungen $M(0) = 0$, $\quad P(R) = 0$.
Mit der idealisierten Form einer konstanten Dichte ρ_0 innerhalb des Radius und einer Masse, für die $M(r/R)^3$ gilt, findet man die Lösung:

$$p(r) = \rho_0 c^2 \frac{\sqrt{1 - r_s r^2 / R^3} - \sqrt{1 - r_s / R}}{3\sqrt{1 - r_s / R} - \sqrt{1 - r_s r^2 / R^3}} \quad (4) \qquad \text{mit } r_s = \frac{8\pi G \rho_0 R^3}{3c^2} \text{ als}$$

Schwarzschildradius.
Der Maximale Druck ist wegen $P'(r) = 0$ mit $M(r)/r^2 \approx r = 0$ im Zentrum am höchsten und hat den Maximalwert:

$$p(0) = \rho_0 c^2 \frac{1-\sqrt{1-r_s/R}}{3\sqrt{1-r_s/R}-1} \quad (5)$$

Diese Gleichung hat nur stabile Gleichgewichtslösungen für $R > 9r_s/8$, ansonsten divergiert (5).

Mit r_s ist die Gleichgewichtsbedingung dann: $\frac{GM}{c^2R} < \frac{9}{4}$ (6)

Das heißt es gibt eine maximale Masse und einen Mindestradius, bei dem ein Stern noch stabil ist.
In einer wesentlich komplizierteren Form lässt sich zeigen, dass (6) eine generelle Grenze darstellt, die unabhängig von speziellen Annahmen ist.
Dies bedeutet wiederum nicht, dass Materie auch tatsächlich instabil werden kann und den Zustand eines schwarzen Loches annimmt, bei dem die Materie in einer Singularität verschwindet.

Die letzte bekannte Gleichgewichtskonfiguration stellt der Neutronenstern dar.
Wir betrachten hier einen Neutronenstern von der Masse unserer Sonne, der auf etwa 16 km Radius zusammengeschrumpft ist. Dies entspricht der Materiedichte von schweren Atomen, die für Eisen $9{,}4 \cdot 10^{-26}\,kg$ und einem Kernradius von $R = 5{,}6 \cdot 10^{-15}\,m$ eine mittlere Dichte von $\rho \approx 10^{17}\,kg/m^3$ liegt. Das Elektronengas ist relativistisch entartet und wird überwiegend in die Protonen gedrückt, da sie nicht genügend Platz mehr im Phasenraum haben.
Auf den äußeren Bereichen steigt die Dichte zunächst von $\rho = 10^7\,kg/m^3$ auf $\rho = 4 \cdot 10^{14}\,kg/m^3$ in 1km Tiefe. Dann beginnen sich die Kerne allmählich aufzulösen und wir finden eine immer höhere Neutronenzahl. Ab einer Dichte von rund $2 \cdot 10^{17}\,kg/m^3$ zeigen die Neutronen Eigenschaften von Supraflüssigkeiten, allerdings sind in diesen Bereichen die Zustandsgleichungen nur noch unzureichend bekannt.
Auch für die Neutronensterne gibt es eine obere Grenze, die nach (6) bei $1{,}8M_o$ liegt.
Nach (6) ist es also sehr wohl denkbar, dass ein Neutronenstern noch weiter an Masse zunimmt und dann jeden noch so hohen Druck überschreitet.
Wenn wir dann allerdings den Neutronenabstand aufgeben und die Neutronen noch weiter ineinander gedrängt werden, dann kommen wir in Bereiche bei denen die Ladungen nicht mehr neutral sind und auch die elementaren Einzelladungen größer als $1e$ werden.
Nach (5) würden aber auch noch so hohe Ladungskräfte den divergenten Druckanstieg nicht mehr aufhalten können. Die Materie fiele in ein dann auftretendes schwarzes Loch und würde in einer Singularität verschwinden.
Nun sind in diesem Universum keine anderen als ganze Elementarladungen bekannt, noch hat irgendeine bekannte Struktur eine Größe, die viel kleiner als der Atomkern ist. Weiter ist nicht bekannt in wieweit die Relativitätstheorie in quantenmechanischen Bereichen noch gilt.
Was, wenn die kleinsten Ladungsgrößen eine Elementarladung sind, die eine Größe von etwa $10^{-15}\,m$ haben und nicht weiter zusammengedrängt werden können. Wenn das System als Ganzes dies nicht zulässt?
Eine Möglichkeit wäre, dass der Zentralbereich eines Neutronensterns viel größer ist. Dass der Schwarzschildradius schon viel früher eine Bedeutung gewinnt, die bisher als Koordinaten Transformationsproblem beseitigt wurde. Wenn der Schwarzschildradius bei großen Massenansammlungen im Innern nicht überschritten wird, dann muss es einen inneren Radius R_i geben, der stets größer als der Schwarzschildradius ist. Der Druck würde dann

schon maximal werden, wenn dieser innere Radius sich immer mehr dem Schwarzschildradius nur nähert, ohne dass er ihn je erreichen kann. Auch dann steigt der Druck mit zunehmender Masse, bis hin zur Neutronenflüssigkeit und noch weiter, aber die Neutronen kämen schon früher in den Bereich, bei dem die elektrischen Ladungen wieder einsetzen.

Nehmen wir vereinfacht an, in einem Neutronenstern haben wir es nicht mehr mit sphärischen Ladungen von der Größe Re zu tun, sondern mit zwei Ladungsebenen, die sich wie zwei Platten gegenüberstehen und eine Gesamtfläche von der eines Elektrons besitzen. $A_e = 4\pi r_e{}^2$.
Dann gilt nach dem Gaußschen Satz

$$F = \int_V \lambda E d\tau = \int_V E div E d\tau = \varepsilon_0 \int_V nn \cdot \nabla E^2 / 2 d\tau + \varepsilon_0 \int_V n E^2 div n d\tau \quad (7)$$

Das Volumenelement ist dann $d\tau = dldf$ dabei soll für $l < f \quad dl \to 0$ gehen, was mit einiger Rechnung das erste Integral rechts von (7) verschwinden lässt und sich das zweite zu
$F = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_F E^2 n df$ (8) umschreiben lässt.

Mit $E = \sigma / \varepsilon_0 = e/(F\varepsilon_0)$ ergibt sich dann $F = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_A E^2 n df = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 A_e}$ (9)

Was einer abstoßenden Kraft von $16N$ pro Ladungsträger entspricht.
Nach (6) hätten wir bei einer Dichte von $\rho = 5 \cdot 10^{16} kg/m^3$ einen Zentralen Druck von $p(0) = 1 \cdot 10^{29} pa$. Die Dichte ist etwas niedriger, weil wir hier nicht von Eisen, sondern von Neutronen ausgehen und als Radius der Ladungen, den Elektronenradius nehmen. Dabei wurde noch nicht beachtet, dass das Zentrum nur noch bis auf 3 km, dem Schwarzschildradius, erreichbar ist. Dennoch ist die Kraft, die auf eine A_e Fläche wirkt mit 7N, kleiner als die abstoßende elektrische Kraft.

Geht es streng nach (6), würde mit $1{,}8 M_o$ jeder Gegendruck durchbrochen. Fällt aber die Materie nicht bei $r = r_s$ in ein schwarzes Loch, sondern hält der innere Radius und wächst mit r_s, dann fällt der Druck am Schwarzschildradius mit zunehmender Masse wieder, weil sich die Materie nun in einer im Verhältnis zum Gesamtradius R, immer dünner werdenden Kugelschale $r > r_s$ verteilt. Das Verhältnis r_s / R wird dann immer kleiner, aber (4) kann nicht mehr angewendet werden, weil die Massenverteilung nicht mehr homogen bis zum Zentrum verläuft, sondern sich in einer Schicht um eine große Hohlraumleere verteilt.
Trotzdem kann man sagen, dass die Druckkräfte, mit weiter zunehmender Masse und entsprechendem Radius immer weiter abnehmen und sich die Gleichgewichtslage weiter stabilisiert.

Ein anderer Grund, warum Massen nicht in einem schwarzen Loch verschwinden wäre, dass schwache Gegenbeschleunigungen, die sich bei diesem Ansatz später noch ergeben, bei großen Massenkonzentrationen sehr stark werden und damit ein Verschwinden hinter einem Ereignishorizont verhindern, so dass das System abgeschlossen und umkehrbar bleibt.
Wir erreichen weder den Zustand eines idealen schwarzen Loches, noch verschwindet die Materie hinter einem Ereignishorizonts und wir brauchen uns nicht Gedanken um mögliche Singularitäten zu machen.

Damit würde der Schwarzschildradius eine untere Grenze darstellen, der das Innere abschirmt, aus dem weder etwas herausgelangt, noch etwas hineinfällt und dennoch ist er von endlicher räumlicher Größe.

Wie sieht es in der anderen Richtung im Makrokosmos aus? Was ist, wenn wir das Universum als Ganzes betrachten, findet sich dann auch eine Grenze, die den Kosmos geschlossen hält und später die Prozesse umkehrt?
Bei diesen Überlegungen soll sich der Raum mit der Lichtgeschwindigkeit vergrößern, das heißt der Kosmos ist bei 13,7Mrd. Jahren auch nur rund $10^{26}\,m$ groß.
Er ist anscheinend isotrop und homogen auf großen Skalen und seine Masse liegt nach den neusten Erkenntnissen, zusammen mit der dunklen Energie und der dunklen Materie bei etwa $10^{52}\,kg$. Damit hätten wir zufällig genau eine mittlere Dichte von eins.
Obwohl das Universum großräumig isotrop sein soll, nehmen wir den kugelsymmetrischen Lösungsansatz von Schwarzschild und tun so als kämen wir von außen aus einer Leere $T_i^{\,j} = 0$ auf dieses Universum zu, dann fällt auf, dass die Gesamtmasse bei diesem Radius, genau der Schwarzschildbedingung entsprechen könnte. Unsere Welt befände sich dann im Inneren eines schwarzen Lochs.
Betrachten wir also entsprechend die Lösungen der Einsteinschen Gleichungen für das Innere von schwarzen Löchern. Wir haben es dann mit zeitabhängigen Lösungen zu tun, weil ohne Zusatzbedingung keine stabilen Gleichgewichtkonfigurationen möglich sind. Die Massen sollen Kugelsymmetrie aufweisen und der Materiedruck ist zu vernachlässigen.
Ausgehend von (2) gehen wir auf mitbewegte Koordinaten. ϑ und φ bleiben bedeutungsmäßig gleich, r' und t' sollen so angelegt sein, dass sie im Falle des freien Falls konstant sind und die Zeit gleich der Eigenzeit ist. Es soll gelten $r,t \to r',t'$
$dr = (\partial r/\partial t')dt' + (\partial r/\partial r')dr'$ und $dt = (\partial t/\partial t')dt' + (\partial t/\partial r')dr'$.
Das Linienelement erhält dann die Form

$$ds^2 = A(t',r')c^2dt'^2 + B(t',r')cdt'dr' + C(t',r')dr'^2 - r^2(t',r')(d\upsilon^2 + \sin^2\vartheta d\varphi^2) \quad (10)$$

In radiale Richtung gilt $dr' = 0$ und es gilt $d\varphi = 0, d\vartheta = 0$. Für die Eigenzeit folgt $dt' = ds/c = \sqrt{A}dt'$, also muss $A(r',t') \equiv 1$ sein. Mit den neuen Koordinaten gilt mit der Eigenzeit t': $d(\partial F/\partial t')/dt' - \partial F/\partial r' = 0$.

Setzen wir für F, $F = (ds/dt')^2 = c^2 + Bc\dot{r}'(t') + C\dot{r}'^2(t')$

Dann folgt damit $\frac{d}{dt'}(Bc + 2C\dot{r}') = c\frac{\partial B}{\partial t'} + c\frac{\partial B}{\partial r'}\dot{r}' + 2\frac{\partial C}{\partial t'}\dot{r}'^2 + 2\ddot{r}' = c\frac{\partial B}{\partial r'}r' + \frac{\partial C}{\partial r'}\dot{r}'^2 \quad (11)$

Damit $r'(t') = const$ eine Lösung dieser Gleichung ist, muss $\partial B/\partial t' = 0$ oder $B = B(r')$ gelten.

Mit $A \equiv 1$, folgt dann für das Linienelement mit der Umbenennung $r' \to \varsigma$ zu

$$ds^2 = c^2d\varsigma^2 - U(\varsigma,\tau)d\rho^2 - V(\varsigma,\tau)(d\vartheta^2 + \sin\vartheta d\varphi^2) \quad (12)$$

im Weiteren gehen wir von einer idealisierten konstanten räumlichen Dichte aus:

$$\rho = \begin{cases} \rho(0) & \textit{für} \quad 0 \le \rho < R \\ 0 & \textit{für} \quad \rho > R \end{cases} \qquad (13)$$

Das Gas wird dann nur von der Schwerkraft bestimmt, die als frei fallend angenommen wird. Damit verschwinden die räumlichen Elemente und wir erhalten nur $U_\mu = \{c,0,0,0\}$. Der Impuls-Energie-Tensor hat also nur die Komponente T_{00}

$T = g^{\lambda\mu} T_{\lambda\mu} = g^{00} T_{00} = T_{00} = \rho c^2$ also mit $S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - (g_{\mu\nu}/2)T$ folgt

$$\{S_{00}, S_{11}, S_{22}, S_{33}\} = \frac{\rho c^2}{2}\{1, U, V, V\sin^2\vartheta\} \qquad (14)$$

Mit Hilfe des Ricci-Tensors folgt dann für die Feldgleichungen:

$$R_{00} = \frac{1}{c^2}\left[\left[\frac{\partial_{\tau\tau} U}{2U} + \frac{\partial_{\tau\tau} V}{V} - \frac{(\partial_\tau V)^2}{2V^2}\right] = -\frac{4\pi G}{c^2}\rho \qquad (15.a)$$

$$R_{11} = \frac{1}{c^2}\left[-\frac{\partial_{\tau\tau} V}{2} + \frac{(\partial_\tau U)2}{4U} - \frac{(\partial_\tau U)(\partial_\tau V)}{2V^2}\right] + \frac{\partial_{\varsigma\varsigma} V}{V} - \frac{(\partial_\varsigma V)^2}{2V^2} - \frac{(\partial_\varsigma U)(\partial_\varsigma V}{2UV} = -\frac{4\pi G}{c^2}\rho U \quad (e)$$

$$R_{22} = -1 - \frac{1}{c^2}\left[-\frac{\partial_{\tau\tau} V}{2} + \frac{(\partial_\tau U)(\partial_\tau V)}{2V^2}\right] + \frac{\partial_{\varsigma\varsigma} V}{2U} - \frac{(\partial_\varsigma U)(\partial_\varsigma V}{4U^2} = -\frac{4\pi G}{c^2}\rho V \qquad (c)$$

$$R_{33} = \frac{1}{c}\left[\frac{\partial_{\tau\rho} V}{V} - \frac{(\partial_\tau V)(\partial_\rho V)}{2V^2} - \frac{(\partial_\tau U)(\partial_\rho V)}{2UV}\right] = 0 \qquad (d)$$

(15.a) bis d)) werden mit dem Seperationsansatz $U(\rho,\tau) = R^2(\tau)h(\varsigma)$, $V(\varsigma,\tau) = S^2(\tau)g(\rho)$ gelöst, was mit (15.d) zu $S(\tau) = const \cdot R(\tau)$ führt.
Die g und h sollen so gewählt sein, dass die Konstante stets 1 ist, dann folgt

$$R(\tau) = S(\tau). \qquad (16)$$

Gehen wir nun mit $\varsigma'^2 = g(\varsigma)$ zu einer neuen Radialkoordinate über, dann wird zunächst $h(\varsigma)d\varsigma^2 = f(\varsigma')d(\varsigma')^2$ und mit der Umbenennung $\varsigma' = \varsigma$ erhalten wir dann

$$U(\varsigma,\tau) = S^2(\tau)f(\varsigma) \quad \text{und} \quad V(\varsigma,\tau) = S^2(\tau)\varsigma^2.$$

Mit (15) bleiben dann noch die Gleichungen

$$3\ddot{S}(\tau)S + 4\pi G\rho S^2 = 0 \qquad (17)$$

$$\ddot{S}(\tau)S + 2\dot{S}^2(\tau) - 4\pi G\rho S^2 = -\frac{c^2 f'(\varsigma)}{\varsigma f^2} \qquad (18)$$

$$\ddot{S}(\tau)S + 2\dot{S}^2(\tau) - 4\pi G\rho S^2 = c^2\left[-\frac{1}{\varsigma^2} + \frac{1}{\varsigma^2 f} - \frac{f'(\varsigma)}{2\varsigma f^2}\right]. \qquad (19)$$

Eliminiert man aus (18) und (19) S, so erhält man für $f(\varsigma)$
$f'(\varsigma) = 2f/(f-1)/\varsigma$, deren Lösung

$$f(\varsigma)=\frac{1}{1-k\varsigma^2} \qquad (20)$$

ist, mit der Konstanten k.

Zusammen mit (17) folgt $\frac{\ddot{S}S}{2}+\dot{S}^2-2\pi G\rho S^2+kc^2=2\ddot{S}S+\dot{S}^2+kc^2=0\,.$ (21)

Aus (17) und (21) lässt sich $\ddot{S}$ eliminieren was zur Gleichung

$$\dot{S}^2+kc^2=\frac{8\pi G\rho S^2}{3} \qquad (22)$$

führt. Multipliziert man (22) mit S und differenziert nach τ folgt

$$d(\rho S^3)/d\tau=\frac{3\dot{S}}{8\pi G}(2\ddot{S}S+\dot{S}^2+kc^2)=0 \qquad \Rightarrow \qquad M_0=\frac{4\pi}{3}S^3\rho=const$$

M_0 ist dabei die Gesamtmasse innerhalb des Radius S, die unabhängig von der genauen räumlichen Verteilung ist. Mit (22) folgt dann

$$\dot{S}^2-2GM_0/S=-kc^2 \qquad (23)$$

Mit der Anfangsbedingung $\dot{S}(0)=0$ also dem statischen Anfang, folgt für die Integrationskonstante $k=\frac{2GM_0}{c^2S(0)}$ (24)

und (23) wird zu $\dot{S}^2=kc^2\frac{S(0)-S(\tau)}{S(\tau)}$ (25)

Die Lösung von (25) in impliziter Form lautet

$$S(\tau)=\frac{S(0)}{2}(1+\cos\vartheta)\ , \qquad c\tau=\frac{S(0)}{2\sqrt{k}}(\vartheta+\sin\vartheta) \qquad (26)$$

Somit lautet mit (12) die innere Metrik eines schwarzen Lochs

$$ds^2=c^2d\tau^2-S^2(\tau)[\frac{d\rho^2}{1-k\rho^2}+\rho^2(d\vartheta^2+\sin^2\vartheta d\varphi)] \qquad (27)$$

(27) ist nun eine Robertson-Walker-Metrik, wie sie auch aus der Kosmologie für das Weltall als Ganzes bekannt ist. Dabei sind die Anfangsbedingungen so gesetzt, dass das System am Anfang in Ruhe war und die Gesamtmasse vom Radius S räumlich zu einem festen Zeitpunkt konstant ist. Betrachten wir nur eine Kugelschale von der Größe $R_u=S(\tau)$, die gleich dem Schwarzschildradius und unserer Universumszeit entspricht, dann hätten wir mit der Bedingung, dass sich aus einen noch zuklärenden Grund die Massen nicht zum Zentrum hin bewegen, die gleiche Metrik die auch zur Beschreibung des Weltalls benutzt wird, verwendet.

Das heißt die Idee, wir befinden uns im Innern eines schwarzen Lochs, widerspricht unter diesen hypothetischen Vorraussetzungen nicht den Beobachtungen.
Bleibt die entscheidende Frage, fallen die Massen wirklich nicht weiter zum Zentrum und warum?
Im Urknallmodell wurde die Rotverschiebung als eine Bewegung der Galaxiensysteme interpretiert, die durch eine Dehnung des Raumes auf großer Scala entsteht. Ob nun aber die Geschwindigkeit aus unserer Sicht zunimmt, weil sich der Raum dehnt und das nur großräumig, oder ob die Schwere der Gesamtgravitation in R-Richtung anwächst, lässt sich so nicht entscheiden.
Was generell gegen die Idee der Schwere spricht ist, dass es keine stabilen statischen Lösungen der Einsteinschen Gleichungen gibt, ohne beispielsweise eine kosmologische Konstante.
Aber für das Urknallmodell wurden auch zahlreiche Hilfsbedingungen eingeführt und dennoch erklärt die Theorie nicht lückenlos den Aufbau unseres Universums. Nehmen wir also auch hier an, das Universum ist so angelegt, dass $R_u = R_s$ gilt und sich der Radius mit c vergrößert, dann folgt nach der Schwarzschildbedingung für schwarze Löcher, dass die Masse des Universums konstant mit R_u zunimmt und das gleichmäßig über jede neue größere Kugelsphäre verteilt.
Um der Bedingung der Isotropie gerecht zu werden, muss unsere Position relativ nahe beim Zentrum liegen. Außerdem muss die Masse gleichmäßig verteilt sein. Das hieße, dass nicht nur die Gesamtmasse zunimmt, sondern die Gesamtzahl der Teilchen auch und somit die Einzelmasse eines jeden Teilchens immer kleiner wird.
Dies ist ein sehr großer Eingriff, aber wir gewinnen damit wieder ein statisch stabiles System, das in R-Richtung zunehmend rotverschobener wird und noch einige neue Zusammenhänge, wie zum Beispiel kleine Rückbeschleunigungen, die die dunkle Materie überflüssig macht.
Dies soll in noch weiteren Teilen genau behandelt werden.